



# **Proje Yönetimi Kapsamında Serim Kesme/Önleme Modellerinin ve Çözüm Yöntemlerinin Geliştirilmesi**

**Program Kodu: 1001**

**Proje No: 214M196**

Proje Yürütücüsü:  
**Doç. Dr. İbrahim AKGÜN**

**Bursiyerler:**

Fatih KASIMOĞLU (Doktora Öğrencisi-Mezun Oldu)  
Ömer Batuhan KIZILIŞIK (Doktora Öğrencisi)

HAZİRAN 2017  
ANKARA



## ÖNSÖZ

Şebeke/Serim engelleme/önleme problemlerinde, bir şebeke kullanıcısı, şebeke üzerinde bir sistemi optimal bir şekilde işletmeye çalışırken, bir rakip şebekenin optimal şekilde işletilmesini önlemek için, elinde bulunan kaynakları kullanarak, şebekenin düğüm veya faaliyetlerine müdahalede bulunabilir. Bu problemler, salgın hastalığın yayılmasını önlemekten, bir muharebede düşmanın lojistik sistemine maksimum zararın verilmesini sağlamaya kadar çok çeşitli alanlarda uygulama alanı bulmuştur. Bu projede, proje yönetimi kapsamında önleme problemi ele alınmıştır. Bir proje yöneticisi, projeyi en kısa sürede tamamlamak için faaliyetleri çizelgelemeye çalışırken; bir rakip, elindeki kaynaklarla projenin tamamlanma süresini maksimize etmeye çalışmaktadır. Projede, Kritik Yol Metodu (CPM) ve Proje Değerlendirme ve Gözden Geçirme (PERT) tabanlı proje şebekeleri başlıkları altında, farklı çizelgeleme problemleri ele alınmış ve problemlere ilişkin matematiksel modeller ile çözüm yöntemleri geliştirilmiştir.

TÜBİTAK tarafından desteklenen bu projede, Fatih Kasımoğlu ve Ömer Batuhan Kızıılışık olmak üzere iki doktora öğrencisi bursiyer olarak çalışmıştır. Fatih Kasımoğlu, doktora tezini proje kapsamında tamamlayarak mezun olmuştur. Ömer Batuhan Kızıılışık, kısa süreli olarak projede yer aldıktan sonra ayrılmıştır.

Projede yapılan çalışmalar yurtiçi ve yurtdışında, konferans ve çalıştaylarda sunulmuş, olumlu geribildirimler alınmıştır. Bu çalışmalardan ilk bölümle ilgili bir makale hazırlanarak SCI endeksli bir dergiye gönderilmiş ve değerlendirme aşamasındadır. Diğer bölümlerle ilgili makale hazırlıkları devam etmektedir.



## İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ .....	I
İÇİNDEKİLER .....	II
ŞEKİLLER LİSTESİ .....	IV
TABLolar LİSTESİ .....	V
ÖZET .....	VI
ABSTRACT .....	VII
1. GİRİŞ .....	1
2. LİTERATÜR ÖZETİ .....	3
3. GEREÇ VE YÖNTEM .....	7
3.1 Proje Şebekeleri .....	7
3.2 CPM Tabanlı Proje Şebekelerinde Önleme .....	9
3.2.1.1 Proje Yöneticisinin CPM Tabanlı Temel Modeli .....	9
3.2.1.3 CPM Tabanlı Temel Projelerde Kısmi Önleme .....	15
3.2.1.4 CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Önleme .....	18
3.2.1.4.1 Miat Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Önleme .....	19
3.2.1.4.2 Bütçe Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Önleme .....	22
3.2.1.4.3 Önleyenin Etkin Kaynak Kullanımını Dikkate Alan Miat Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Önleme .....	24
3.2.1.4.4 Önleyenin Etkin Kaynak Kullanımını Dikkate Alan Bütçe Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Önleme .....	24
3.2.1.4.5 Miat Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Kısmi Önleme .....	25
3.2.1.4.6 Bütçe Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Kısmi Önleme .....	26
3.2.1.4.7 Miat Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Zaman/Maliyet Takas Probleminde Önleme .....	27
3.2.1.4.8 Bütçe Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Zaman/Maliyet Takas Probleminde Önleme .....	29
3.2.1.5 Çok Modlu (Faaliyet Süre ve Maliyetleri Arasındaki İlişkinin Kesikli Olması Durumunda) Önleme .....	30
3.2.1.5.1 Miat Kısıtlı Çok Modlu Önleme .....	32
3.2.1.5.2 Bütçe Kısıtlı Çok Modlu Önleme .....	33
3.2.1.5.3 Çok Modlu Önleme Problemleri İçin Ayrıştırma Algoritması .....	35
3.2.1.6 Yenilenebilir Kaynak Kullanımı Durumunda Önleme .....	40
3.2.1.6.1 Proje Yöneticisinin Yenilenebilir Kaynak Modelleri .....	40
3.2.1.6.2 Yenilenebilir Kaynak Önleme Modelleri .....	43
3.2.1.6.3 Yenilenebilir Kaynak Önleme Problemleri İçin Ayrıştırma Algoritması .....	44
3.2.1.7 PERT Tabanlı Önleme .....	45



4. BULGULAR .....	48
4.1. CPM Tabanlı Projeler .....	48
4.2 Hızlandırılmış CPM Tabanlı Projeler.....	52
4.3 Çok Modlu Projeler .....	55
4.4 Yenilenebilir Kaynak Durumunda Projeler .....	57
4.5 PERT Tabanlı Projeler .....	58
4. TARTIŞMA/SONUÇ .....	60
KAYNAKLAR .....	62



## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1 Düğüm Üzerinde Faaliyet Şebeke Gösterimi .....	8
Şekil 2 Faaliyet Süresi-Önleme Maliyeti İlişkisi .....	15
Şekil 3 Hızlandırılmış Projelerde Zaman/Maliyet İlişkisi .....	18
Şekil 4 Çok modlu örnek proje şebekesi .....	32
Şekil 5 Ana Model ve Alt Modelin Kullanımı .....	38
Şekil 6 Proje Tamamlanma Süresi-Önleme Maliyeti İlişkisi (Model 1.İ.E) .....	50
Şekil 7 Proje Tamamlanma Süresi-Önleme Maliyeti İlişkisi (Model 1.İ.E, Model 1.İ.P.E) .....	51
Şekil 8 Model 3.a Kullanılarak Elde Edilen Etkin Çözüm Eğrisi .....	54
Şekil 9 Model 3.b Kullanılarak Elde Edilen Etkin Çözüm Eğrisi .....	54
Şekil 10 Yenilenebilir Kaynak Kullanımı İçin Örnek Proje .....	57
Şekil 11 Yenilenebilir Kaynak Kullanımı İçin Örnek Proje .....	58



## TABLolar LİSTESİ

Tablo 1 Yeni Bir Ürünün Piyasaya Sürülmesi Projesine Ait Bilgiler .....	8
Tablo 2 Proje Önleme/Kesme Veri 1 .....	48
Tablo 3 Proje Ait Önleme/Kesme Veri 2 .....	49
Tablo 4 Projeye Ait Önleme/Kesme Veri 3 .....	50
Tablo 5 Örnek Bir Projeye Ait Kısmi Önleme Süre ve Maliyetleri.....	51
Tablo 6 Büyük Boyutlu Problem Uygulama Sonuçları (Model 1.Î) .....	52
Tablo 7 Örnek Bir Projeye Ait Kısaltma Süre ve Maliyetleri .....	53
Tablo 8 Model 2.a.Î'ya Ait Örnek Çözüm Sonuçları (Veri 1'e Göre).....	53
Tablo 9 Model 2.a.Î'ya Ait Örnek Çözüm Sonuçları (Veri 2'ye Göre) .....	53
Tablo 10 Model 2.b.Î'ya Ait Örnek Çözüm Sonuçları (Veri 1'e Göre).....	53
Tablo 11 Model 2.b.Î'ya Ait Örnek Çözüm Sonuçları (Veri 2'ye Göre) .....	54
Tablo 12 Büyük Boyutlu Problem Uygulama Sonuçları (Model 2.a.Î) .....	55
Tablo 13 Veri-1'e Göre Algoritma 1 Sonuçları.....	56
Tablo 14 Veri-2'ye Göre Algoritma 1 Sonuçları .....	56
Tablo 15 Veri-3'e Göre Algoritma 1 Sonuçları.....	56
Tablo 16 Büyük Boyutlu Problem Uygulama Sonuçları (Algoritma 1) .....	57
Tablo 17 Büyük Boyutlu Problem Uygulama Sonuçları (Algoritma Y).....	58
Tablo 18 PERT Uygulaması İçin Faaliyet Süreleri .....	59
Tablo 19 Büyük Boyutlu Problem Uygulama Sonuçları (Algoritma L) .....	59



## ÖZET

Serim/Şebeke Kesme/Önleme (Problemi (SKP)'nde, serim kullanıcısı ve önleyici olmak üzere birbiri hakkında yeterli bilgiye sahip iki rakip bulunmaktadır. Serim kullanıcısı, işlettiği serimi optimal şekilde kullanmak isterken; önleyici, serim kullanıcısının serimi etkin şekilde kullanmasını elindeki kısıtlı kaynaklarla önlemeye çalışır. SKP'nin, uyuşturucu trafiğini engellemek için timlerin konuşlandırılacağı yerlerin tespit edilmesinden hava füze savunması için antibalistik füzelerin yerlerinin seçilmesine, bir şehrin elektrik şebekesindeki kritik noktaların bulunmasından bir hastalığın yayılmasını engellemek için alınması gereken tedbirlere kadar çok farklı yelpazede uygulamaları mevcuttur. Diğer yandan, ortaya çıkan iki seviyeli matematiksel modellerin çözümü zordur ve özel yöntemlerin geliştirilmesini gerektirmektedir. Bu nedenlerle, SKP birçok araştırmacının ilgi odağı haline gelmiş ve bu durum çalışmamızın da motivasyon kaynağı olmuştur. Bu projede, SKP, özel olarak proje yönetimi kapsamında ele alınmıştır. Literatürde, proje şebekelerinde SKP'nin uygulanmasına ilişkin sadece iki çalışma bulunmaktadır. Her iki çalışmada, temel ve hızlandırılmış CPM modelleri esas alınmıştır. Proje şebekelerinin çok farklı türleri olduğu ve çok geniş bir yelpazede uygulama alanının olması hususları birlikte değerlendirildiğinde, literatürde çok önemli bir boşluk olduğu görülmektedir. Bu çalışmanın amacı da, söz konusu tespitten hareketle, proje şebekelerinde önleme konusuna sistematik ve bütüncül bir yaklaşım geliştirmektir. Bu bağlamda, modelleme açısından birbirinden farklılıklar arz eden proje şebekeleri için önleme modelleri ve çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Çalışmada, temel ve hızlandırılmış CPM, zaman/maliyet takas problemi kapsamında CPM, yenilenebilir kaynak durumunda CPM ve PERT tabanlı proje şebekeleri ele alınmıştır. Anılan problemler için, ilk olarak iki seviyeli (maks-min) önleme modelleri geliştirilmiştir. Müteakiben, iki seviyeli modellerin bazıları, dualite özelliğinden istifade edilerek, optimizasyon programları ile çözülebilecek tek seviyeli hale getirilmiştir. Dualite özelliğinin kullanılmadığı problemler için, ayrıştırma algoritmaları geliştirilmiştir. Modeller ve ayrıştırma algoritmalarının performansları, çeşitli problemler kullanılarak test edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Doğrusal Programlama, Tam Sayılı Programlama, Proje Yönetimi, Proje Çizelgeleme, Çok Amaçlı Optimizasyon, Serimlerin Kesilmesi/Önlenmesi, Oyun Teorisi, İki Katmanlı Modelleme



## ABSTRACT

There are two opponents in network interdiction problem, one being the network owner, the other being the interdictor/attacker and each side has enough information about the other one. While the network interdictor wishes to run the network in an optimal way, the interdictor with his limited resources tries to hinder the network owner to run his/her network efficiently. Network interdiction has applications in a wide spectrum, from determining the location of teams for prevention of drug trafficking to positioning of antiballistic missiles for air defense, from figuring out the critical points in an electricity network to the measures that need to be taken to stop the spread of a contagious disease etc. On the other hand, the resulting bi-level models are not easy to solve and usually require developing special techniques. Thus, the network interdiction problem has been on the focus of many scientists, having become also our source of motivation. In this study, the network interdiction problem is handled within the scope of project management. There are only two studies in the literature related to the interdiction in project networks. In both of these studies, basic and crashed CPM models are mainly dealt with. When the variety of project networks and the wide spectrum of their applicability are considered together, it is seen that there is a considerable gap in the literature. Motivated by this finding, the aim of this project is to develop a systematic and holistic approach to the network interdiction problem in project networks. In this respect, we develop interdiction models and their solution techniques for the project networks, which are different from each other from a modeling perspective. In this project, basic and crashed CPM, CPM within the context of time/cost trade-off problem, CPM in the case of renewable resources and PERT based project networks are studied. In the project, we first develop bi-level models (min-max) for the aforementioned problems. Later, we convert the bi-level models for some problems into single-level problems that can be solved by using optimization software by using the duality property. For the remaining problems, we develop decomposition algorithms. We test the performance of the models and the algorithms on a set of artificial problems.

**Keywords:** Linear Programming, Integer Programming, Project Management, Project Scheduling, Multi-objective Optimization, Network Interdiction, Game Theory, Bi-level Programming





## 1. GİRİŞ

Serimler/şebekeler günümüzde hayatımızın birçok alanında önemli bir yer kaplamaktadır. Okyanus ötesindeki insanlarla iletişimimizi sağlayan telekomünikasyon şebekelerinden evimizi aydınlatan elektrik şebekelerine, bir yerden bir yere seyahat ederken kullandığımız havayollarına ait ulaşım şebekelerinden bir askeri birliğin muharebe ihtiyacını sağlayan lojistik şebekelerine kadar birçok farklı alanda, şebekeler üzerinde tanımlanan sistemleri ve bu sistemlere ait modelleri görmekteyiz. Günlük hayatta karşılaştığımız birçok problemin modellenmesinde şebekeler kullanılmaktadır. Ahuja ve arkadaşları (1993) tarafından, şebekelere ait teori, algoritma, uygulamalar ve terminoloji hakkında ayrıntılı bilgi sunulmuştur. Şebeke modellemelerinin yaygınlaşması ile birlikte, bu modellerin engellenmesi (kesilmesi/önlenmesi/sekteye uğratılması) de önemli bir çalışma alanı olarak ortaya çıkmıştır. Şebekeyi işleten (kullanan/yöneten) bir kişinin, şebekenin hassas noktalarını ve beklenmedik durumlarda şebekelerin ayırıt veya düğümlerinde oluşan aksamaların ne gibi sonuçlar doğuracağını bilmesi gerekir. Rakip bir oyuncu veya doğal bir risk faktörü nedeniyle, şebekelerde birçok zaman aksamalar meydana gelebilir. Öte yandan, rakip bir oyuncu tarafından bakıldığında, karşı tarafa ait bir şebekenin optimal şekilde engellenmesi ve verilecek hasarın maksimize edilmesi, önemli bir karar süreci olarak karşımıza çıkabilir.

Şebekelerin rakip bir oyuncunun müdahalesine maruz kalması, özellikle rekabetçi ortamlarda ve de bu rekabetin fiziksel müdahaleye dönüştüğü askeri ortamlarda karşılaşılabilecek bir durumdur. Bununla birlikte beklenmeyen bir arıza, kaza veya doğal bir afet de, şebekelerin normal işleyişlerine tesir edebilecek dış bir etken olarak değerlendirilebilir. Şebekelerin işleyişlerine tesir edebilecek etkenlerin şebeke modeli üzerine etkisi, uygun bir *şebeke/serim kesme/önleme problemi* (SKP) oluşturularak ortaya konabilir.

Önleyici/Önleyen/Kesen/Saldırgan ve Serim Kullanıcısı/Önlenen/Savunan olarak isimlendirilen iki rakip oyuncunun yer aldığı SKP'de, tarafların birbirlerinin hareket tarzlarına ilişkin tam bilgiye sahip olduğu kabul edilir. Taraflar sırayla hamlelerini yaparlar. Önleyici, şebekeye saldıran ve ilk hamleyi yapan taraftır. Amacı, elindeki kısıtlı kaynaklarla, şebeke üzerine kurulu sisteme maksimum şekilde zarar vermektir. Önleyici, serim kullanıcısının minimizasyon (maksimizasyon) amaç fonksiyonunu, maksimize (minimize) etmeye çalışır. Bu şekilde "en kötü yaklaşım" temelli bir çözüm elde edilmiş olur ve önleyici tarafından, savunanın amaç fonksiyonu üzerinde bir üst sınır elde edilmiş olur. Serim kullanıcısı, önleyicinin tüm hareket tarzlarını bilerek, kendisine maksimum zarar vermesini engelleyecek şekilde hareket tarzlarını seçmeye çalışır.

SKP, iki kişili sıfır toplamlı bir oyun olan Stackelberg Oyununun (Van Stackelberg, 1952; Simaan ve Cruz 1973) iki ya da üç adımda tamamlanan özel bir durumu olarak görülebilir.

Eğer önleyicinin hamlesinden sonra serim kullanıcısı tek hamle yaparsa, iki seviyeli saldıran-savunan; serim kullanıcısının hamlesinden sonra önleyici yeniden hamle yaparsa üç seviyeli saldıran-savunan-saldıran oyun olarak kabul edilir. Bu oyunlar, iki ya da üç seviyeli olarak, min-maks, maks-min, min-maks-min, maks-min-maks şeklinde modellenir.

Serim kullanıcısının muhtemel tehditlere karşı sistemi korumaya yönelik alternatifleri değerlendirmesini sağlayan ve serim kullanıcısının ilk hamleyi yaptığı problemler de mevcuttur. Bu problemler, *Serim Koruma Problemleri* olarak isimlendirilir (Starita ve Scaparra, 2017). Bu problemler, proje kapsamında ele alınmamıştır ancak SKP ile aynı temellere dayanmaktadır. Şebekelerin yoğun olarak kullanıldığı alanlardan birisi de *proje yönetimidir*. Proje şebekeleri, bir proje kapsamındaki faaliyetlerin birbiriyle olan öncüllük ilişkileri esas alınarak oluşturulur ve proje faaliyetlerinin çizelgelenmesinde, kaynakların tahsis edilmesinde ve planlanan faaliyetlerin takip ve kontrolünün yapılmasında etkin olarak kullanılır. Proje şebekeleri, faaliyet sürelerinin deterministik veya rassal olma durumuna bağlı olarak, Kritik Yol Metodu (Critical Path Method-CPM) veya Proje Değerlendirme ve Gözden Geçirme Tekniği (Project Evaluation and Review Technique-PERT) tabanlı olarak modellenirler. CPM tabanlı şebekelerde her faaliyetin ne kadar süreceği belli ve kesindir. PERT tabanlı proje şebekelerinde ise, faaliyet sürelerinin belli bir istatistiksel dağılım sergilediği kabul edilir (Winston, 2004).

Proje yönetiminde, proje sahibi (yöneticisi), projenin zamanında tamamlanabilmesi için faaliyetlerin sekteye uğramadan icra edilmesini sağlamaya çalışır. Öte yandan rakip bir oyuncu yapacağı hamlelerle, projenin gidişatını her zaman etkileyebilir ve bazı faaliyetlerin zamanında tamamlanmasını engelleyebilir. Bir projenin belli faaliyetlerindeki bu gecikmeler, projenin genelini de etkiler ve neticede proje tamamlanma süresi uzar. Rakip oyuncunun amacı elindeki kısıtlı önleme kaynağı ile projeyi maksimum miktarda geciktirmek ve bu maksatla hangi faaliyetlerin engellenmesi (geciktirilmesi) gerektiğini ortaya koymaktır. Bu kapsamda proje geciktirme problemi, bir şebeke önleme problemi olarak ele alınabilir.

Proje şebekelerinde engelleme, literatürde az çalışılmış bir konudur. Brown ve arkadaşları (2005), CPM tabanlı projelerin geciktirilmesi problemini hesap karmaşıklığı yönünden ele almış ve genel olarak bir proje kesme/önleme modelinin NP-Zor türünde olduğunu göstermiştir. Bir nükleer silah projesinin geciktirilmesine yönelik olarak ise, Brown ve arkadaşları (2009), proje tamamlanma süresinin maksimize edilmesini ele almış ve ayrıştırma tekniği kullanarak bir çözüm algoritması sunmuştur.

Bu çalışmada, CPM ve PERT tabanlı projelerin önlenmesi konusu ele alınmıştır. Bu kapsamda, aşağıdaki proje şebekeleri için, önleyici açısından matematiksel modeller ve çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Geliştirilen modellerin ve çözüm yöntemlerinin hesaplama çalışmaları, oluşturulan problemler kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

- CPM Tabanlı Temel Proje Şebekeleri
- CPM Tabanlı Hızlandırılmış (Crashed) Proje Şebekeleri
- Zaman/Maliyet Takas Problemi Varlığında CPM Tabanlı Proje Şebekeleri
- Yenilenebilir Kaynak Durumunda CPM Tabanlı Proje Şebekeleri
- PERT (Project Evaluation and Review Technique) Tabanlı Proje Şebekeleri

Projede ele alınan önleme problemleri, ya hiç çalışılmamış ya da projede ele alındığı şekliyle ele alınmamış ya da çözülmemiştir. Bu kapsamda, geliştirilmiş olan iki seviyeli (min-maks ve/veya maks-min) modeller ile çözüm yöntemleri özgündür. Ayrıca, proje şebekeleri için geliştirilen sistematik ve bütüncül yaklaşım sayesinde, problemin taksonomisi oluşturulmuş ve yeni çalışma alanları ortaya konmuştur. Proje kapsamında geliştirilen modeller, çözüm yöntemleri ve taksonomi, bu alanda öncü niteliği taşımaktadır ve daha sonra yapılacak çalışmalar için bir referans teşkil edecektir. Diğer yandan, her türlü sektörde projeler yürütüldüğü ve günümüzde proje yönetimi daha riskli ve zor olduğu için, elde edilen sonuçların, yaygın bir etkiye sahip olacağı değerlendirilmektedir.

## 2. LİTERATÜR ÖZETİ

Literatür özeti, *genel şebeke önleme problemleri ve proje şebekelerinde önleme problemleri* olmak üzere iki kısımda verilecektir.

### 2.1 Genel Şebeke Önleme/Kesme Problemleri

Şebekelerin önlenmesinde, önleyen taraf, “eldeki kaynak durumuna göre şebekedeki hangi ayrıtlara saldırı düzenlenirse karşı tarafa en çok zarar verilir?” sorusuna cevap arar. Bu soruya cevap olarak birçok kişi tarafından çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Wood (2011), iki katmanlı kesme/önleme modellerinin ortaya çıkışı ile ilgili süreç hakkında kronolojik bir bilgi sunmuştur. Bu alandaki ilk çalışmalardan birisi olarak, Ford ve Fulkerson (1962) tarafından maksimum akış-minimal kesme. Bu teoriye göre, bir maksimum akış şebekesinin kapasitesini minimum kapasiteli kesit belirler. Bu durumda maksimum akışı kesmek/önlemek için, minimum kapasiteli kesit üzerindeki ayrıtlara saldırı düzenlemek gerekir.

Wollmer (1963, 1964), kapasiteli bir akış şebekesinde en önemli ayrıtların hangisi olduğu üzerinde çalışmıştır. Bu çalışmada, kesme/önleme maliyetleri birbirine eşit kabul edilerek ayrıtların şebekeden kaldırılması durumunda şebekenin bundan nasıl etkilendiği üzerinde durulmuştur. Benzer bir çalışmada, Lubore ve arkadaşları (1971) tarafından algoritmik iyileştirmeler yapılmıştır.

İki katmanlı modellerin ilk uygulamaları, bir düşmanın kapasite kısıtlı lojistik şebekesinde askeri birlik ve malzeme sevkiyatını (akışını) engellemeye yönelik olarak, McMasters ve Mustin

(1970) ile Ghare ve arkadaşları (1971) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmalarda, ayırıt kapasiteleri ile kesme/önleme maliyeti arasında doğrusal bir ilişki olduğu kabul edilmiştir.

En kısa yolu maksimize edecek iki katmanlı kesme/önleme modelleri ile ilgili ilk çalışmalar, Fulkerson ve Harding (1977) ile Golden (1978) tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalarda, engelleyen tarafın tek bir kaynak kullandığı kabul edilmiş ve ayırıt uzunlukları, kesme/önleme maliyeti ile yine doğrusal olarak ilişkilendirilmiştir.

Corely ve Shaw (1982) ile Malik ve arkadaşları (1989), “En önemli n adet ayırıtın bulunması” konusunda çalışmışlardır. Bunun yanında, Ratliff ve arkadaşlarının (1975), Wollmer (1963, 1964) tarafından geliştirilen modeli daha genel hâle getirdiği çalışma da yer almaktadır. Ball ve arkadaşları (1989), bu problemin NP-Complete (NP-Tam) türünde bir problem olduğunu ispatlamıştır.

Şu ana kadar bahsedilen çalışmalar, belli bir uygulama alanına yönelik olarak geliştirilmiştir. Bu çalışmaların hemen hemen tamamında, kaynak-hedef (source-sink) düzlemsel (planar) bir şebeke varsayımı mevcuttur. Düzlemsel bir şebeke, ayırıtların iki boyutlu bir düzlemde birbirini kesmeden çizilebildiği şebekelerdir. Başka bir deyişle, iki boyutlu bir düzlemde, ayırıtların sadece düğüm noktalarında birbirlerine temas ettiği şebekeler düzlemsel şebekelerdir. Kaynak-hedef düzlemsel şebekelerde ise, kaynak ve hedef düğümleri şebekenin dış yüzünde (outer face) bulunur. Şebekenin yüzü, ayırıt tarafından sınırlandırılmış bölgedeki iki noktanın bir düğüm veya ayırıtı kesmeden bir eğri tarafından birleştirilebilen bölümdür (Ahuja ve arkadaşları, 1993). Çalışmaların önemli bir bölümünde ise ayırıtların kesme/önleme maliyetleri ile kapasite veya uzunlukları arasında doğrusal bir ilişki kabul edilmiştir.

Wood (1993), yukarıda belirtilen modellerdeki kısıtlamaları ortadan kaldıracak şekilde, maksimum akış şebekelerinde iki katmanlı kesme/önleme modellerini daha esnek ve genel bir karışık tam sayılı modele (tek katmanlı) dönüştürmüştür. Böylece, farklı kaynak ve kısıtları olan kesme/önleme modelleri, daha genel bir perspektif içerisinde yeniden formüle edilmiştir. Bu çalışmada ayrıca, maksimum akış kesme/önleme modellerinin, her bir ayırıtın kesilmesi için bir birimlik kaynak gerekmesi durumunda bile NP-Complete türünde olduğu gösterilmiştir.

Israeli ve Wood (2002), bu yeni perspektif içerisinde, en kısa yol şebekelerinin engellenmesi konusunu hem teorik hem de uygulamaya yönelik olarak ele almışlardır. Brown ve arkadaşları (2006), kesme/önleme modellerini kritik tesislerin korunması açısından ele almış ve çeşitli alanlarda uygulamalar ortaya koymuşlardır. Söz konusu çalışmada, üç katmanlı bir model uygulaması da yer almıştır.

Cormican ve arkadaşları (1998), kesme/önleme başarısının iki değerli (0-1) rassal bir değişken olması ve ayırıt kapasitelerinin tam bilinmemesi gibi rassallık içeren durumlar için, stokastik kesme/önleme modelleri geliştirmişlerdir.

Kesme/önleme modellerinin çözülebilirliklerinin artırılmasına yönelik olarak, Cormican (1995), maksimum akış problemleri için temelde Benders (1962) ayrıştırma tekniğini kullanarak bir algoritma geliştirmiştir. Israeli (1999), Israeli ve Wood (2002) ise en kısa yol önleme modellerinde ayrıştırma (decomposition) tekniğini kullanmıştır. Benzer bir yöntem, Brown ve arkadaşları (2009) tarafından nükleer bir silahlanma projesinin önlenmesi probleminde de uygulanmıştır. Salmeron ve arkadaşları (2009) tarafından yapılan çalışmada ise, elektrik santrallerinin önleme modellerinde ayrıştırma tekniği kullanılmıştır.

Şebekelerde önleyenin birden fazla amacı aynı anda gerçekleştirme durumuna yönelik olarak, Royset ve Wood (2007), önleyenin “kesme/önleme maliyetini minimize etmek” ve “şebekedeki maksimum akışı minimize etmek” şeklinde iki farklı amaç için Pareto Optimal çözümleri bulan bir algoritma üzerine çalışma yapmışlardır. Rocco ve arkadaşları (2010), çok amaçlı şebeke kesme/önleme modelleri ile ilgili evrimsel (evolutionary) bir algoritma üzerinde çalışmışlardır. Benzer bir algoritma, Rocco ve Ramirez-Marquez (2010) tarafından en kısa yol şebekesinde uygulanmıştır.

Akgün ve arkadaşları (2011), maksimum akış şebekelerinin daha genel bir hâli olarak, çok terminalli (multi-terminal) maksimum akış şebekelerinde kesme/önleme modellerini incelemişlerdir. Akgün ve arkadaşları, söz konusu çalışmada, yaygın olarak bilinen maksimum akış şebekelerinin iki düğüm grubundan (kaynak-hedef) oluştuğunu, oysa şebekelerde üç ve daha fazla düğüm grubu bulunabileceğini ortaya koyarak daha genel bir kesme/önleme modeli sunmuşlardır.

Kabarcık ve arkadaşları (2012), gerçek hayatta önleyen tarafın, genel olarak varsayılanın aksine, statik olmayacağını ortaya koyarak hareketli yol-kesici olması durumunda kesme/önleme modellerini incelemişlerdir.

Şebeke önlemenin birçok farklı alanda uygulamaları ile ilgili örnek çalışmalar daha da artırılabilir. Konu, Assimakopoulos (1987) tarafından hastane enfeksiyonlarının kontrolü, Anandalingam ve Apprey (1991) tarafından çatışma çözümleri, Church ve arkadaşları (2004) tarafından ulaştırma sistemlerinde önemli noktaların tespiti ve Salmeron ve arkadaşları (2004) tarafından elektrik santrallerinin güvenlik analizi kapsamında çalışılmıştır.

Şebekelerin engellenmesi konusunun geniş bir yelpazede uygulama alanı bulması, günümüzde gittikçe yaygınlaşan ve hayatımızın her alanına giren şebeke sistemlerinin savunulması zorunluluğu, gerektiğinde hasım bir tarafın şebeke sistemlerinin çökertilmesi ihtiyacı ve problemin çözüm karmaşıklığı açısından NP-Zor (NP-Hard) türünde olması gibi sebepler, bu alanda daha çok çalışmalar yapılacağını göstermektedir.

## 2.2 Proje Şebekelerinde Önleme Problemleri

Literatürde, PERT tabanlı proje şebekelerinin önlenmesine yönelik bir çalışma mevcut değildir. CPM tabanlı proje şebekelerinde engelleme ise, literatürde çok az çalışılmıştır. Brown ve arkadaşları (2005), projelerin geciktirilmesi problemini hesap karmaşıklığı yönünden ele almış ve genel olarak bir proje kesme/önleme modelinin NP-Zor türünde olduğunu göstermiştir. Bir nükleer silah projesinin geciktirilmesine yönelik olarak ise, Brown ve arkadaşları (2009), proje tamamlanma süresinin maksimize edilmesini ele almış ve ayrıştırma tekniği kullanarak bir çözüm algoritması sunmuştur.

Yukarıda bahsedilen çalışmalar, CPM tabanlı projeler için, alana hem teorik hem de uygulama anlamında önemli katkı sağlamakla beraber, kullanılan modeller temelde nükleer bir silah projesinin geciktirilmesine yöneliktir. Ayrıca, önleyicinin etkin kaynak kullanım durumu, bu çalışmaların kapsamı içinde yer almamaktadır. Söz konusu çalışmalarda önleyenin modelinde tek amaç bulunmaktadır. Bu amaç, projenin tamamlanma süresidir ve proje sahibi tarafından minimize edilirken, engelleyen oyuncu tarafından maksimize edilmek istenmektedir. Maliyet ise bir kısıt olarak modelde yerini almaktadır. Gerçek hayatta zaman ve maliyetin her ikisi birden birer amaç olarak karşımıza çıkabilir. Bu durumda önleyen taraf için iki amaçlı bir model sunarak, zaman ve maliyet açısından tüm etkin çözüm kümesini (Pareto Optimal çözümler) ortaya koymak daha anlamlı olur. Öte yandan, her ne kadar Wood (1993), en kısa yol problemleri için bir kısmi önleme modeli sunmuş olsa da, proje şebekelerine ilişkin önleme çalışmalarında kısmi faaliyet önlemesi/geciktirilmesi ele alınmamıştır. Faaliyetler, ikil bir şekilde, belli geciktirme sürelerinin ya tamamı kadar geciktirilmekte ya da hiç geciktirilmemektedir. Oysa önleyenin, kullanılan kaynak miktarıyla orantılı bir şekilde, bir faaliyeti kısmi olarak da geciktirmesi mümkündür. Mevcut çalışmalarda, projelerde faaliyetlerin önlenmesi durumunda çizelgeleme konusundan da bahsedilmemiştir. Projenin önlenmesi durumunda, faaliyetlerin çizelgelemesinin ele alınması ve bu kapsamda bir metodoloji sunulması gerekmektedir. Bahse konu çalışmalarda proje hızlandırma konusu, genelde proje yöneticisinin belli bir bütçe kısıtı esas alınarak incelenmiştir. Hâlbuki proje tamamlanma süresinin miat kısıtı altında da minimizasyonu ve bu durumda projenin önlenmesi konusu da mümkündür.

Bu projede, hem CPM hem de PERT tabanlı proje şebekelerinde önleme problemi, yukarıda ortaya konan eksik hususları giderecek şekilde ele alınmıştır. Çalışma ile aşağıda belirtilen alanlarda literatüre katkı sağlanmıştır.

- CPM tabanlı temel ve hızlandırılmış proje şebekelerinde önleme modelleri ve çözümlerinin geliştirilmesi.

- Projeyi engellemeye çalışan rakip taraf (önleyici) için iki amaçlı bir yaklaşımla etkin kaynak kullanımının sağlanması.
- Projenin önleyici tarafından kısmi (partial) faaliyet önlemesi yapılarak geciktirilmesi ve bunun önleyicinin kaynak kullanımına katkısının ortaya konması.
- Projelerde önleme durumunda faaliyetlerin çizelgelenmesi.
- Bütçe ve miktarda kısıtlı hızlandırılmış projeler için engelleme modellerinin geliştirilmesi.
- Projelerin doğasında var olan maliyet ve zaman amaçlarını proje sahibi için ayrı birer hedef olarak ele alarak iki amaçlı projeler için kesme/önleme modellerinin geliştirilmesi.
- Yenilenebilir kaynak durumunda CPM tabanlı proje şebekelerinde önleme modellerinin ve çözüm yöntemlerinin geliştirilmesi
- PERT tabanlı proje şebekelerinde önleme modelleri ve çözüm yöntemlerinin geliştirilmesi.

### 3.GEREÇ VE YÖNTEM

Bu bölümde ilk olarak, proje şebekelerine ilişkin kısa bilgi verilmiştir. Müteakiben, önleme modelleri ve çözüm yöntemleri, CPM Tabanlı Proje Şebekelerinde Önleme ve PERT Tabanlı Proje Şebekelerinde Önleme olmak üzere iki temel başlık altında ele alınmıştır. CPM tabanlı proje şebekelerinde önleme kısmında, temel CPM, hızlandırılmış CPM, kaynak kısıtı altında CPM, çok modlu projelerde ve yenilenebilir kaynak durumunda CPM konuları ayrı ayrı incelenmiştir.

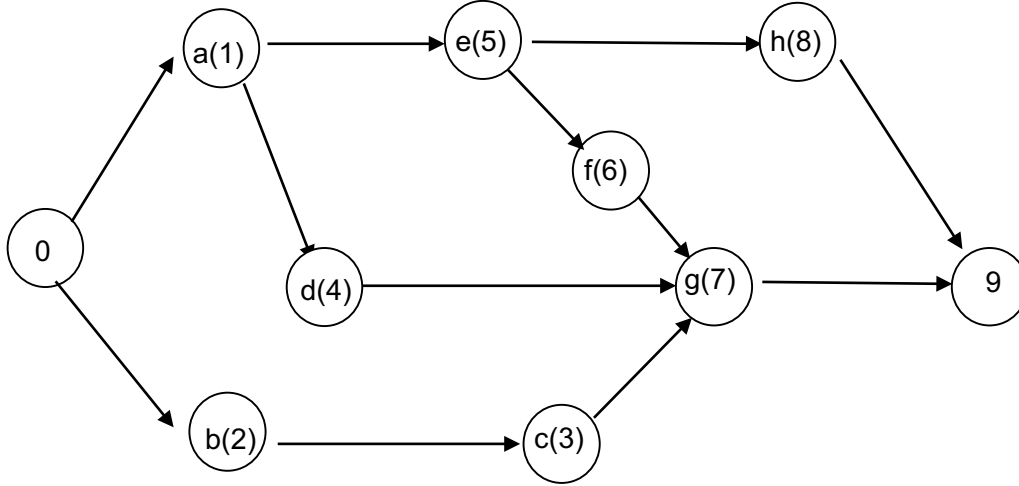
#### 3.1 Proje Şebekeleri

Proje şebekeleri, "Ayrıntı Üzerinde Faaliyet-Activity on Arc (AoA)" veya "Düğüm Üzerinde Faaliyet-Activity on Node (AoN)" gösterimleri kullanılarak oluşturulabilir. AoA şeklinde gösterim biraz daha zordur ve olaylar arasındaki bazı ilişkileri belirtmek için hayali (dummy) faaliyetlere ihtiyaç duyulur. AoN şeklinde gösterim nispeten daha kolaydır ve bilgisayar yazılımları tarafından daha çok tercih edilmektedir (Meredith ve Mantel, 2003). Proje kapsamındaki tüm modeller, AoN gösterimi esas alınarak geliştirilmiştir.

Faaliyet sayısı  $n$  ile ifade edilen ve AoN gösterim kullanılarak oluşturulan bir proje şebekesi modelinde düğümler faaliyetleri, ayrıntılar ise "hemen öncü" ilişkisini gösterir. Faaliyetler düğüm içindeki numara veya harfler ile ifade edilir. 0 numaralı faaliyet projenin başlatılmasını,  $n+1$  numaralı faaliyet ise projenin sonlandırılmasını ifade eden hayali (dummy) faaliyetleri ifade etmek için kullanılır ve bu faaliyetler için süre kullanımı söz konusu değildir. Yeni bir ürünün piyasaya sürülmesi projesine ait faaliyetlere ilişkin Tablo 1'de yer alan bilgileri esas alan AoN gösterimi, Şekil 1'de sunulmuştur.

**Tablo 1 Yeni Bir Ürünün Piyasaya Sürülmesi Projesine Ait Bilgiler**

Faaliyet (Activity)	Hemen Öncüsü Faaliyetler	Faaliyetin Süresi (Hafta)
a-Ürünün Tasarlanması	-	7
b-Piyasa Araştırmasının Yapılması	-	10
c-Mağaza Yerlerinin Tespiti	b	7
d-Ürünün Prototipinin Yapılması	a	8
e-Ham Madde Tedarikinin Yapılması	a	6
f-Seri Üretim İçin Kurulum Yapılması	e	5
g-Ürünün Mağazalara Sevkiyatının Yapılması	c, d, f	10
h-Ürün İçin Reklam Kampanyası Düzenlenmesi	e	11



**Şekil 1 Düğüm Üzerinde Faaliyet Şebeke Gösterimi**

Projenin tamamlanması için bütün faaliyetlerin bitmesi gerekir. Projenin tamamlanma süresi, projedeki en uzun yol olan kritik yolun uzunluğuna eşittir. Kritik yol üzerinde herhangi bir gecikme projenin tamamlanma süresinin doğrudan uzamasına yol açacağından, bu yoldaki gecikmeler diğer yollara göre daha çok önem arz eder.

Bir faaliyetin en erken başlama zamanı (earliest start time), faaliyetin hemen öncüsü durumunda olan faaliyetlerin tamamlanmasına bağlı olarak, faaliyetin başlatılabileceği en erken zamandır. Faaliyetin en geç başlama zamanı (latest start time) ise, projenin tamamlanmasını geciktirmeksizin, faaliyetin başlatılabileceği en geç zamandır. Faaliyetin en geç başlama zamanı ile en erken başlama zamanı arasındaki fark, faaliyet bolluğu (slack) olarak tanımlanmaktadır. Kritik yol üzerinde faaliyet bollukları söz konusu olmadığından, bu yol üzerinde bulunan faaliyetlerin en erken ve en geç başlama zamanları birbirine eşit olur (Meredith ve Mantel, 2003).



Proje çizelgelemesinde amaç, projenin en kısa sürede tamamlanmasını sağlayacak şekilde, faaliyetlerin başlangıç ve bitiş zamanlarını tespit etmek ve gerekli kaynak tahsisini yapmaktır. Proje çizelgeleme problemleri, farklı varsayımlar altında ele alınmıştır. Müteakip bölümlerde, bu varsayımlar altında ilk olarak proje yöneticisinin çözmesi gereken matematiksel model tanımlanacak, ardından da bu matematiksel model üzerine önleme modeli geliştirilecektir. Müteakiben, önleme modelleri için çözüm yöntemleri geliştirilecektir.

### **3.2 CPM Tabanlı Proje Şebekelerinde Önleme**

#### **3.2.1 CPM Tabanlı Temel Proje Şebekelerinde Önleme**

Proje yöneticisinin, projenin tamamlanma süresini minimize edecek şekilde faaliyetlerin başlangıç ve bitiş zamanlarını belirlemekte kullanabileceği matematiksel model aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

##### **3.2.1.1 Proje Yöneticisinin CPM Tabanlı Temel Modeli**

###### **Model 1: CPM Tabanlı Temel Model**

###### **İndis ve Setler**

$i, j$  Faaliyetler  $i, j=0, 1, 2, \dots, (n+1)$

$A$  Ayrıt kümesi (hemen öncü ilişkisi olan faaliyet çiftleri kümesi)  
 $\{(0, 1), (0, 2), \dots, (n, n+1)\}$

###### **Parametreler**

$t_i$   $i$  faaliyetinin süresi (hayali faaliyetler için bu değer 0'dır.)

###### **Karar Değişkenleri**

$s_i$   $i$  faaliyetinin başlama zamanı

###### **Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar**

$$\text{Min } s_{n+1} \quad (1)$$

$$s_j - s_i \geq t_i \quad \forall (i, j) \in A \quad (2)$$

$$s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (3)$$

Modelde amaç fonksiyonu (1), projenin tamamlandığını gösteren son faaliyetin  $(n+1)$  başlangıcını minimize etmektedir. Başka bir deyişle projenin en erken tamamlanma süresini bulmaktadır. (2) kısıtları ise, aralarında "hemen öncü" ilişkisi olan faaliyetlerin başlangıç zamanları arasındaki fasılanın, en az hemen öncü faaliyet için gereken süre kadar olmasını sağlamaktadır.

Modelde, karar değişkeni olan faaliyetlere ait başlama zamanları ( $s_i$ 'ler), her faaliyetin kendisine ait en erken ve en geç başlama zamanı arasında bir değer alır. Dolayısıyla, faaliyet başlama zamanlarının optimal çözümde aldığı değerler, her faaliyet için tek olmayıp alternatif çözümler söz konusu olabilir. Faaliyet kritik bir faaliyet ise, optimal çözümde faaliyet başlama zamanı tek olur ve alternatif çözüm elde edilmez. Kritik olmayan faaliyetlerin başlama

zamanları ise en erken ve en geç faaliyet başlama zamanları arasında alternatif çözüm değerleri alabilir.

### 3.2.1.2 CPM Tabanlı Temel Projelerde İkili Önleme

CPM tabanlı temel modelin (Model 1) ikili (binary) olarak engellenmesi probleminde, rakip bir oyuncu Model 1'deki amaç fonksiyonunu (proje tamamlanma süresini) maksimize etmeye, yani projeyi mümkün olduğunca geciktirmeye çalışır. Rakip oyuncu, bunu elinde bulundurduğu kısıtlı önleme kaynağını kullanarak, belli proje faaliyetlerinde gecikme meydana getirmek suretiyle yapar. Her bir faaliyetin ne kadar geciktirilebileceği ve bu gecikmeyi sağlamak için ne kadar kaynak kullanılması gerektiği bellidir. Bir faaliyetin geciktirilmesine karar verilmesi durumunda, gecikmenin tamamının uygulanması gerekmekte ve bunun için tahsis edilen kaynağın da tamamı kullanılmaktadır. Diğer bir ifade ile, faaliyet ikili bir şekilde ya tamamen geciktirilmekte veya hiç geciktirilmemektedir.

Problem öncelikle iki katmanlı önleme modeli olarak verilecek ve daha sonra bu model, dualite özelliğinden faydalanılarak mevcut optimizasyon paketleri ile çözülebilecek standart tek katmanlı tamsayılı programlama modeline dönüştürülecektir. Geliştirilen model önleyici açısından kaynak kullanımını etkin kılacak şekilde iyileştirilecek ve bu kapsamda önleyici için etkin çözüm kümesini bulan bir algoritma sunulacaktır.

#### Model 1.1. İki Seviyeli Temel CPM Tabanlı İkili Önleme Modeli

##### **Parametreler**

- $d_i$  i faaliyetinin geciktirilme süresi
- $r_i$  i faaliyetinin geciktirilmesi için gereken kaynak miktarı
- $R$  Projenin engellenmesi için eldeki toplam kaynak miktarı
- $t_i$  i faaliyetinin tamamlanma zamanı

##### **Karar Değişkenleri**

- $s_i$  i faaliyetinin başlama zamanı (proje yöneticisi için karar değişkeni)
- $y_i$  i faaliyetinin engellenip engellenmeyeceğine ilişkin ikili değişken (rakip oyuncu / önleyen için karar değişkeni)

##### **Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar**

$$\text{Max } \text{Min } s_{n+1} \quad (4)$$

$$y_i \in \Omega \quad s_j - s_i \geq t_i + d_i y_i \quad \forall (i,j) \in A \quad (5)$$

$$s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (6)$$

$$\text{Burada } \Omega \equiv \{ y_i \mid y_i \in \{0,1\} \quad \forall i, \sum_i r_i y_i \leq R \} \text{dir.} \quad (7)$$

İki katmanlı önleme modelindeki amaç fonksiyonu (4), proje sahibinin minimum proje tamamlama süresini minimize etmektedir. Modelin iç kısmında, proje sahibine ait model

bulunmaktadır. Ancak, (5) numaralı kısıtta görüldüğü gibi, sağ tarafta önleyenin hareket tarzını ifade eden  $y_i$  değişkenine bağlı olarak, faaliyetin önlenip önlenmemesine göre  $d_i y_i$  eklentisi bulunmaktadır. Faaliyete önleme yapılması durumunda faaliyetin süresini ifade eden  $t_i$ 'ye, önleme süresi olan  $d_i$  kadar süre ilave edilecektir. Rakip oyuncu (önleyen),  $\Omega$  kümesi olarak tanımlanan hareket tarzları ile, proje sahibinin minimize etmeye çalıştığı proje tamamlanma süresini maksimize etmeye çalışmaktadır.

Önleyen tarafın birçok hareket tarzı içerisinde kendisi için optimal olanı seçmesi gerekmektedir.  $\Omega$  kümesi ile belirtilen hareket tarzlarının hepsinin belli olması durumunda, problem teorik olarak bu hareket tarzlarının her biri için ayrı ayrı çözümlenerek, bunlardan en iyisinin seçilmesi suretiyle çözülebilir. Ancak, bu hareket tarzlarının sayısı,  $n$  faaliyetli bir proje için  $2^n$  ile ifade edileceğinden, küçük problemler için bile bunu yapmak mümkün olmayacaktır. Ancak, modelin yapısından dolayı, etkin ve pratik bir çözüm yöntemi geliştirmek mümkündür. İki katmanlı model, içerideki modelin yapısından dolayı tek katmanlı bir modele dönüştürülebilir. İçerideki model ünimodüler yapıda olduğundan,  $y_i$  değişkeni sabit (fixed) kabul edilerek duali alınabilir. Bu durumda, model aşağıda sunulduğu gibi bir maksimizasyon problemine dönüşür.

#### Model 1.İ.P Tek Katmanlı Doğrusal Olmayan Temel CPM Tabanlı İkili Önleme Modeli

$$\text{Max } \sum_{(i,j) \in A} (t_i + d_i y_i) w_{ij} \quad (8)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq (n+1) \quad (9)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} \leq 1 \quad i = (n+1) \quad (10)$$

$$\sum_i r_i \cdot y_i \leq R \quad \forall i \quad (11)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A \quad (12)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (13)$$

Elde edilen tek katmanlı modelde amaç fonksiyonu doğrusal olmayan bir yapıdadır. Ancak model bazı değişkenler için dönüşüm kullanmak suretiyle doğrusal hâle getirilebilir. Bunun için Wood (1993)'ün maksimum akış problemlerinde yaptığına benzer şekilde, modeldeki  $w_{ij}$  değişkenlerinin optimal çözümde sadece 0 veya 1 değerlerini alabilme özelliğinden istifade edilecektir. (Maksimum akış problemlerinde de dual değişkenler optimal çözümde sadece 0 veya 1 değerlerini alabilmektedir.)

Model 1'deki  $w_{ij}$  dual değişkenlerinin alacakları değer, dualitenin tamamlayıcı gevşeklik (complementary slackness) özelliği ve modelin tam ünimodüler yapısı gereği 0 ya da 1 olacaktır. Modelde bulunan faaliyet sürelerinde bir birimlik bir değişim meydana getirip modeli çözdüğümüzde, elde edeceğimiz sonuç bir tamsayı çözüm olacaktır. Proje tamamlanma süresi, faaliyet süresindeki bir birimlik değişime bağlı olarak bir tamsayı kadar artacak veya

azalacak veya hiç değişmeyecektir. Kritik yol üzerinde bulunmayan faaliyet sürelerinde bir birimlik değişim, kısıtlar zaten gevşek olduğundan proje süresini etkilemeyecek ve  $w_{ij}$  dual değişken değerleri (tamamlayıcı gevşeklik özelliği gereği) 0 olacaktır. Bu durumda doğal olarak bir birimlik değişim proje tamamlanma süresini değiştirmeyecektir. Faaliyet kritik yol üzerinde ise, faaliyet süresindeki bir birimlik değişim kritik yolun uzunluğunu (proje süresini) bir birim artıracak veya azaltacaktır. Bu durumda dual değişkenin değeri, 1 olacaktır. Kısacası,  $w_{ij}$ 'lerin alacağı değer 0 veya 1'dir.

$w_{ij}$ 'lerin 0 veya 1 olma özelliğini kullanarak, (8) numaralı amaç fonksiyondaki doğrusal olmayan  $d_i y_i w_{ij}$  terimini doğrusal hâle getirebiliriz.  $d_i$  bir parametre,  $y_i$  ve  $w_{ij}$  birer ikil değişken olduklarından,  $d_i y_i w_{ij}$  terimi,  $y_i$  ve  $w_{ij}$  ikil değişkenlerinin alacağı değere göre, 0 ya da  $d_i$  değerlerinden birini almak durumundadır.

Doğrusal olmayan terimin alacağı değerler, yeni değişken ve/veya kısıtlar tanımlamak ve bunları modele uygun bir şekilde transfer etmek suretiyle doğrusal denklemlerle ifade edilebilir. Bunun için,  $y_i w_{ij} = \gamma_{ij}$  olacak şekilde, yeni bir yardımcı  $\gamma_{ij}$  ikil değişkeni tanımlayalım.  $\gamma_{ij}$  değişkeninin  $y_i$  ve  $w_{ij}$  ikil değişkenlerine bağlı olarak alması gereken değerler aşağıdaki ilave kısıtlarla ifade edilebilir.

$$\gamma_{ij} \leq y_i \quad \forall i, j \quad (14)$$

$$\gamma_{ij} \leq w_{ij} \quad \forall i, j \quad (15)$$

$$\gamma_{ij} \geq (y_i + w_{ij} - 1) \quad \forall i, j \quad (16)$$

Burada (14) ve (15) numaralı kısıtlarla,  $y_i$  veya  $w_{ij}$  değişkenlerinden birisinin (veya her ikisinin) 0 olması durumunda  $\gamma_{ij}$  ikil değişkeninin 0 olması; (16) numaralı kısıt ile de,  $y_i$  veya  $w_{ij}$  değişkenlerinin her ikisinin birden 1 olması durumunda  $\gamma_{ij}$  değişkeninin 1 olması sağlanmaktadır.

Doğrusallaştırma için yukarıda belirtilen dönüşümler yapıldıktan sonra, aşağıda verilen tek katmanlı doğrusal model elde edilir.

### **Model 1.1 Tek Katmanlı CPM Temel Proje İkili Engelleme Modeli**

#### **Karar Değişkenleri**

$\gamma_{ij}$  dönüşüm için kullanılan ikil (0-1) değişken

#### **Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar**

$$\text{Max } \sum_{(i,j) \in A} (t_i w_{ij} + d_i \gamma_{ij}) \quad (17)$$

$$\sum_j w_{ji} - \sum_j w_{ij} \leq 0 \quad i \neq (n+1) \quad (18)$$

$$\sum_j w_{ji} \leq 1 \quad i = (n+1) \quad (19)$$

$$\sum_i r_i y_i \leq R \quad \forall i \quad (20)$$

$$\gamma_{ij} \leq y_i \quad \forall i, j \quad (21)$$

$$\gamma_{ij} \leq w_{ij} \quad \forall i, j \quad (22)$$

$$\gamma_{ij} \geq (y_i + w_{ij} - 1) \quad \forall i, j \quad (23)$$

$$w_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \quad (24)$$

$$y_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \quad (25)$$

$$\gamma_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \quad (26)$$

Modelde, amaç fonksiyonu (17), iki katmanlı modelden tek katmanlı modele geçerken dönüşüm yapılarak elde edilmiş doğrusal fonksiyondur ve proje tamamlanma süresini ifade etmektedir. (18) ve (19) numaralı kısıtlar, iki katmanlı modelde  $y_i$  değişkenini sabit varsayılarak içerideki modelin duali alındıktan sonra elde edilen kısıtlardır. (20) numaralı kısıt, önleme yapan tarafın önleme için kullanabileceği kaynağa ait kısıttır. (21), (22) ve (23) numaralı kısıtlar, doğrusal olmayan amaç fonksiyonunu doğrusal hale getirmek için dönüşüm yaparken kullanılan kısıtlardır. (24), (25) ve (26) numaralı kısıtlar ise değişken tanımlamaları ile ilgili kısıtlardır.

Geliştirilen tek katmanlı model, standart optimizasyon paketleri ile çözülebilecek bir modeldir. CPLEX 12.1 ile yapılan test çalışmalarında, 200 düğüme kadar oluşturulan test senaryolarının çözümünün, çok kısa süreler içinde elde edilebildiği görülmüştür.

### 3.2.1.2.1 CPM Tabanlı Temel Projelerde İkili Önleme Durumunda Önleyenin Etkin Kaynak Kullanımını Dikkate Alan Önleme Modeli ve Çözüm Yöntemi

Önleyici açısından, rakibin projesini geciktirmek kadar kendi kaynağını etkin bir şekilde kullanmak da üzerinde durulması gereken önemli bir konudur. Doğrulama ve geçerleme yapılırken, bazı çözümlerde çözümün kaynak kullanımı açısından etkin olmadığı ve faaliyetin gereksiz bir şekilde önlenerek kaynak israfı yapıldığı görülmüştür. Bu tespitten hareketle, önleyici açısından hem projeyi optimal bir şekilde geciktirecek hem de kaynak kullanımını etkin kılacak bir model geliştirilmiştir. Bunun için amaç fonksiyonu, hem projenin bitiş süresini maksimize edecek hem de önleyicinin toplam kaynak kullanımını minimize edecek şekilde ifade edilmiştir. İki amaçlı model, projede kullanılan toplam kaynak miktarı “ $\varepsilon$ ” gibi çok küçük pozitif bir sayıyla çarpılarak tek amaçlı hale getirilmiştir. Model, (18)-(26) numaralı kısıtlar ile aşağıdaki amaç fonksiyonundan oluşmaktadır.

#### Model 1.1.E Önleyenin Etkin Kaynak Kullanımını Dikkate Alan Önleme Modeli

(18)-(26) numaralı kısıtlara ilave olarak,

$$\text{Max} \sum_{(i,j) \in A} (t_i w_{ij} + d_i \gamma_{ij}) - \varepsilon \sum_i r_i y_i$$

Model-1.1.E, öncelikle proje tamamlanma süresini maksimize etmekte, bunun yanında **önleme için eldeki mevcut kaynağın** bu amacı gerçekleştirmek için etkin bir şekilde kullanılmasını sağlamaktadır.

Mevcut hâliyle Model 1.Î.E, belli bir önleme kaynağı miktarına göre ( $R$ ) etkin bir çözüm verecektir. Ancak, önleyenin kendi kaynak kullanım durumuna ilişkin ayrıntılı bir analiz yapabilmesi için, proje tamamlanma süresi ve önleme kaynak miktarı arasındaki ilişkiyi görmesi gerekir. Örneğin, projenin en fazla kadar ötelenebileceği (geciktirilebileceği) ve bunun için eldeki önleme kaynak miktarının ne olması gerektiği önleyen açısından önemlidir. Bu da önleyen açısından kaynak kullanımı ve proje tamamlanma süresine ilişkin etkin çözüm kümesinin bulunması ihtiyacını ortaya koymaktadır. Model 1.Î.E kullanılarak, önleyen açısından kaynak kullanımı ve proje tamamlanma süresine ilişkin etkin çözüm üreten bir algoritma aşağıda sunulmuştur.

### **Algoritma 1.Î.E (İkil Önleme Durumunda Etkin Çözüm Algoritması)**

$\Delta r$ : Her bir tekrarda önleme kaynağının kullanıcı tarafından belirlenen artış miktarı (Kaynağın değerinin büyüklüğüne bağlı olarak tekrar sayısını belirleyeceğinden,  $\Delta r$ , başlangıçta makul bir tamsayı olarak belirlenmelidir.)

Sayaç: Algoritmanın tekrar sayısı (1,2,3, .....)

$RR_{sayaç}$ : Her bir tekrarda önleme için kullanılan kaynak miktarı ( $\sum_i r_i y_i$ )

$s_{(n+1,sayaç)}$ : Her bir tekrarda bulunan proje tamamlanma süresi

$\mathcal{K}_{sayaç}$ : Her bir tekrarda elde edilen çözüm kümesi,  $\mathcal{K} = \{ (RR_0, s_{(n+1,0)}) \cup (RR_1, s_{(n+1,1)}) \cup \dots \}$

**Başlangıç:** Model 1.Î.E'ye ait verileri oku.

Sayaç = 0,  $R = 0$ ,  $\Delta r =$  makul bir tamsayı,  $\mathcal{K}_{sayaç} \leftarrow \emptyset$ ,  $s_{(n+1,sayaç)} = 0$

**Adım-1:** Model 1.Î.E'yi çöz

$RR_{sayaç} = \sum_i r_i y_i$

**Adım-2:** Eğer  $s_{n+1} = s_{(n+1,sayaç)}$  ise sona (Adım – 4) git.

$$s_{(n+1,sayaç)} = s_{n+1}$$

$\mathcal{K}_{sayaç} = \mathcal{K}_{sayaç} \cup (RR_{sayaç}, s_{(n+1,sayaç)})$

**Adım-3:**  $R = R + \Delta r$

Sayaç = sayaç + 1

Adım-1'e git.

**Adım-4:** Son

Algoritma 1.Î.E, belli artışlarla elde edilen kaynak miktarlarına göre, Model 1.Î.E'yi tekrar tekrar çözdürmekte ve her bir durumda kullanılan kaynak miktarını ve proje tamamlanma süresini  $\mathcal{K}$  isimli bir çözüm kümesine aktararak saklamaktadır. Kaynak artışı ile önleyen açısından daha iyi bir çözüm (daha uzun bir geciktirme veya daha uzun bir proje tamamlanma süresi) elde edilemediğinde, algoritma kendini sonlandırmaktadır. Böylece, proje tamamlanma süresi ile önleyenin kullandığı kaynak arasındaki ilişki de ortaya konmuş olmaktadır.

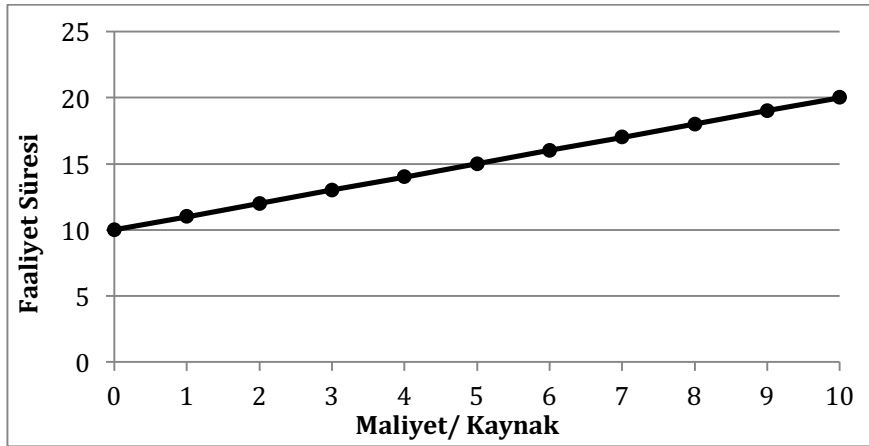
### 3.2.1.3 CPM Tabanlı Temel Projelerde Kısmi Önleme

Önceki bölümde, önleyen tarafın eldeki mevcut kaynak durumuna göre, bir faaliyeti tamamen (mümkün olan maksimum seviyede) geciktirmesi ya da hiç geciktirmemesi olmak üzere, iki durumun olabileceği varsayılmıştır. Ancak, normal şartlarda, bir faaliyetin belirlenen maksimum ve minimum geciktirme süresi arasında kısmi (partial) olarak da geciktirilmesi mümkündür. Bu durum, hem daha gerçekçi bir yaklaşım olabilir, hem de önleyiciye farklı alternatifler sunabilir. Bu kısımda, bu durum incelenmiştir.

Faaliyetlerin kısmi olarak önlenebilmesi için önleyicinin kullandığı kaynak miktarı ve her faaliyetin gecikme süresi arasındaki ilişkinin tanımlanması gerekir. Önleyicinin, faaliyetleri önlerken ödeyeceği maliyet ve faaliyetlerin geciktirilmiş süreleri arasındaki ilişki, Şekil 2’de gösterildiği gibi, doğrusal olarak kabul edilmiştir. Benzer bir ilişki, proje yöneticisi için, hızlandırılmış CPM tabanlı projelerde yaygın olarak kullanılmaktadır. Şekil 2’deki ilişkinin, proje sahibi için projenin hızlandırılması kapsamında tanımlanan ilişkiden temel farkı, eğimin yönünün pozitif olmasıdır.

Modelde, faaliyet süresi ve maliyet ilişkisini tanımlamada kullanılan eğimi bulmaya yönelik parametreler, önleyici açısından tanımlanmıştır. Ayrıca, önleyici için karar değişkeni, bir ayırıtın önlenip önlenmemesi şeklinde ikil bir değişken olarak değil, bir ayırıtın önlenmesi gereken süresini ifade eden pozitif bir değişken şeklindedir.

Kısmi önleme modeli, ilk olarak iki katmanlı olarak verilecek, müteakiben dualite özelliğinden istifade edilerek tek seviyeli hale getirilecektir.



Şekil 2 Faaliyet Süresi-Önleme Maliyeti İlişkisi

## Model 1.1.P İki Seviyeli Temel CPM Tabanlı Kısmi Önleme Modeli

### Parametreler

$TN_i$   $i$  faaliyetinin normal süresi

$TI_i$   $i$  faaliyetinin mümkün olan en uzun önlenmiş (interdicted) süresi

$\bar{d}_i$   $i$  faaliyetini geciktirme üst sınırı  $\bar{d}_i = TI_i - TN_i$

$CNI_i$   $i$  faaliyetini normal süresinde bitirmenin önleyici için maliyeti (0)

$CI_i$   $i$  faaliyetini mümkün olan en uzun önlenmiş (interdicted) süresinin önleyici için maliyeti

$b'_i$   $i$  faaliyetinin bir birim geciktirilmesi için gereken kaynak miktarı (eğim) ( $b'_i = \frac{CI_i - CNI_i}{TI_i - TN_i}$ )

### Karar Değişkenleri

$y'_i$   $i$  faaliyetinin ne kadar geciktirileceği (önleyici için karar değişkeni)

### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \text{Min } s_{n+1} \quad (27)$$

$$y'_i \in \Omega \quad s_j - s_i \geq TN_i + y'_i \quad \forall (i,j) \in A \quad (28)$$

$$s_i \geq 0 \quad (29)$$

Burada  $\Omega \equiv \{y'_i \mid y'_i \geq 0 \ \forall i, \ \sum_i b'_i y'_i \leq R, \ y'_i \leq \bar{d}_i \ \forall i\}$ 'dir.

Model 1.1.P'de, (28) numaralı kısıtın sağ tarafına, bir faaliyetin ne kadar önlenmesi gerektiğini ifade eden ve önleyen karar değişkeni olan  $y'_i$ , ilave edilmiştir. Ayrıca önleyicinin hareket tarzlarını ifade eden  $\Omega$  kümesi, önleme maliyeti ve proje tamamlanma süresi arasında tanımlanan ilişkiye uygun olarak düzenlenmiştir.

Model 1.1.P'de, içeride bulunan modelin önleyiciye ait  $y'_i$  değişkenini sabit kabul ederek dualini alabilir ve modeli tek katmanlı standart bir yapıya dönüştürebiliriz. Söz konusu dual alma işlemi yapıldıktan sonra elde edilen model, aşağıdaki şekilde doğrusal olmayan tek katmanlı bir maksimizasyon modeli olarak verilebilir.

### Model 1.1.PN Tek Seviyeli Doğrusal Olmayan Temel CPM Tabanlı Kısmi Önleme Modeli

$$\text{Max } \sum_{(i,j) \in A} (TN_i + y'_i) w_{ij} \quad (30)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq (n+1) \quad (31)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} \leq 1 \quad i = (n+1) \quad (32)$$

$$\sum_i b'_i y'_i \leq R \quad (33)$$

$$y'_i \leq \bar{d}_i \quad \forall i \quad (34)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A \quad (35)$$

$$y'_i \geq 0 \quad \forall i \quad (36)$$

Elde edilen modelin amaç fonksiyonu doğrusal değildir, ancak değişken dönüşümü kullanılarak amaç fonksiyonunu doğrusal hale getirilebilir.



Model 1.İ.P'de içeride duali alınan model, CPM tabanlı temel modeldir (Model 1). Model 1'de,  $w_{ij}$  dual değişkeninin sadece 0-1 değerleri alabileceği açıklanmıştır. Bu durumda, doğrusal olmayan  $y'_i w_{ij}$  teriminin alacağı değerler, 0 veya  $y'_i$  olacaktır. Doğrusal olmayan ifadeyi doğrusallaştırmak için;  $y'_i w_{ij} = \gamma_{ij}$  olacak şekilde yeni bir değişken ( $\gamma_{ij} \geq 0$ ) tanımlayalım. M büyük bir pozitif sayı olmak üzere, modeli aşağıdaki kısıtları kullanmak suretiyle doğrusal hale getirebiliriz.

$$\gamma_{ij} \leq M w_{ij} \quad \forall i, j \quad (37)$$

$$\gamma_{ij} \leq y'_i \quad \forall i, j \quad (38)$$

$$\gamma_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (39)$$

Burada (37) numaralı kısıt ile  $w_{ij}$  değişkeninin 0 olması durumunda,  $\gamma_{ij}$  değişkeninin 0 değerini alması sağlanmaktadır.  $w_{ij}$  değişkeninin 1 olması durumunda ise, amaç fonksiyonu maksimizasyon türünde olduğundan,  $\gamma_{ij}$  değişkeninin alacağı değer, (38) numaralı kısıt ile  $y'_i$  değişkenine eşit olacaktır.  $\gamma_{ij}$ 'nin maksimum değeri,  $y'_i$  değişkeninin alacağı değer ile sınırlandırılmaktadır.

Yapılan bu dönüşüm ile birlikte, faaliyetlerin kısmi olarak önlenmesine imkân tanıyan, Model 1.İ.P, aşağıda sunulmuştur.

### Model 1.İ.P Tek Katmanlı Doğrusal Temel CPM Tabanlı Kısmi Önleme Modeli

$$\text{Max } \sum_{(i,j) \in A} (TN_i w_{ij} + \gamma_{ij}) \quad (40)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq (n+1) \quad (41)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} \leq 1 \quad i = (n+1) \quad (42)$$

$$\sum_i b'_i y'_i \leq R \quad (43)$$

$$y'_i \leq \bar{d}_i \quad \forall i \quad (44)$$

$$\gamma_{ij} \leq M w_{ij} \quad \forall i, j \quad (45)$$

$$\gamma_{ij} \leq y'_i \quad \forall i, j \quad (46)$$

$$y'_i \geq 0 \quad \forall i \quad (47)$$

$$\gamma_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (48)$$

$$w_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \quad (49)$$

Modelde amaç fonksiyonu (40), proje tamamlanma süresini ifade etmektedir. (41) ve (42) numaralı kısıtlar, iki katmanlı modelde  $y'_i$  değişkenini sabitleyerek içerideki modelin dualini aldıktan sonra elde ettiğimiz kısıtlardır. (43) numaralı kısıt, önleyicinin önleme için kullanabileceği toplam kaynak miktarına ilişkin kısıttır. (44) numaralı kısıt, her bir faaliyetin maksimum önleme (uzatma) süresini ifade etmektedir. (45) ve (46) numaralı kısıtlar, doğrusal olmayan amaç fonksiyonunu doğrusal hale getirmek için dönüşüm yaparken kullandığımız kısıtlardır. (47), (48) ve (49) numaralı kısıtlar ise değişken tanımlamaları ile ilgili kısıtlardır.

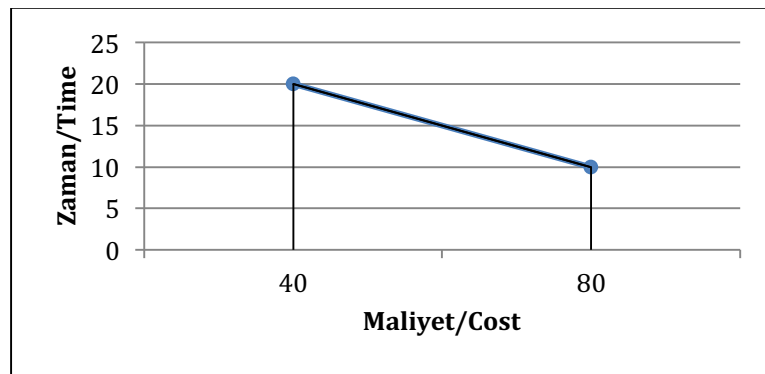
Geliştirilen tek katmanlı model, standart optimizasyon paketleri ile çözülebilecek bir modeldir. CPLEX 12.1 ile yapılan test çalışmalarında, 200 düğüme kadar oluşturulan test senaryolarının çözümünün, çok kısa süreler içinde elde edilebildiği görülmüştür.

Kısmi önleme modeli Model 1.İ.P için de, Model 1.İ.E için yapıldığı şekilde, hem projenin bitiş süresini maksimize edecek hem de önleyicinin toplam kaynak kullanımını minimize edecek şekilde bir amaç fonksiyonu tanımlanabilir. İki amaçlı model, projede kullanılan toplam kaynak miktarı “ $\epsilon$ ” gibi çok küçük pozitif bir sayıyla çarpılarak tek amaçlı hale getirilebilir. Algoritma 1.İ.E, küçük değişiklikler ile etkin çözümlerin bulunması için kullanılabilir.

### 3.2.1.4 CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Önleme

Bu bölümde, proje yöneticisinin, elindeki mevcut kaynakları kullanarak, projeyi planlanan normal süresinden daha önce bitirmeyi veya projeyi belli bir miat dâhilinde minimum maliyetle tamamlamayı hedeflediği varsayılmaktadır. Rakip bir oyuncu da, elindeki kaynaklar ile faaliyetleri geciktirerek, projenin tamamlanma süresini veya proje maliyetini maksimize etmeye çalışmaktadır.

Proje yöneticisi, proje faaliyetlerinin normal sürelerini belli bir maliyet ödemek suretiyle kısaltabilir. Normal süre (normal time), bir faaliyetin ilave bir gayret sarf etmeksizin ihtiyaç duyulan süresini, normal maliyet ise normal süresinde tamamlanan bir faaliyetin maliyetini ifade etmektedir. Hızlandırılmış süre, bir faaliyetin mümkün olan en kısa tamamlanma süresini, hızlandırılmış maliyet ise en kısa tamamlanma süresinin maliyetini ifade etmektedir. Maliyet olarak faaliyetlerin hızlandırma maliyetleri esas alınmakta ve bu maliyet, sadece bir faaliyetin kısaltılmasına karar verildiğinde ödenmektedir. Bu tür proje şebekelerinde, faaliyet süreleri ile maliyet arasında, Şekil 3’te sunulduğu şekilde, genellikle ters yönlü doğrusal bir ilişki olduğu kabul edilir.



Şekil 3 Hızlandırılmış Projelerde Zaman/Maliyet İlişkisi

Yukarıdaki temel varsayımlar esas alınarak, CPM tabanlı hızlandırılmış proje şebekelerinin engelleme modelleri oluşturulmuştur. Müteakip kısımlarda, ilk olarak, proje yöneticisinin CPM tabanlı hızlandırılmış modelleri verilecektir. Bu kapsamda, miat kısıtlı ve bütçe kısıtlı modeller

ele alınacaktır. Sonrasında, bu modelleri esas alan önleme modelleri ve çözüm yöntemleri geliştirilecektir.

### 3.2.1.4.1 Miat Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Önleme

n faaliyeti olan hızlandırılmış bir proje için belli bir miat kısıtı altında, projenin en düşük maliyetli çözümünü veren doğrusal model (Model 2.a) aşağıda sunulmuştur.

#### Model 2.a Miat Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Model

##### Parametreler

$TN_i$   $i$  faaliyetinin normal süresi

$TC_i$   $i$  faaliyetinin mümkün olan en kısa (crashed) süresi

$CN_i$   $i$  faaliyetini normal süresinde bitirmenin maliyeti

$CC_i$   $i$  faaliyetinin mümkün olan en kısa (crashed) sürede bitirmenin maliyeti

$b_i$   $i$  faaliyetini bir birim kısaltmanın maliyeti (mutlak eğim) ( $b_i = \frac{CC_i - CN_i}{TN_i - TC_i}$ )

$D$  projenin miadı (deadline)

##### Karar Değişkenleri

$s_i$   $i$  faaliyetinin başlama zamanı

$t'_i$   $i$  faaliyetinin **kısaltma sonrası** süresi

##### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Min } \sum_i (CN_i + b_i (TN_i - t'_i)) \equiv \{ \text{Min} - \sum_i b_i t'_i \} \equiv \{ \text{Max } \sum_i b_i t'_i \} \quad (50)$$

$$s_j - s_i \geq t'_i \quad \forall (i,j) \in A \quad (51)$$

$$TC_i \leq t'_i \leq TN_i \quad \forall i \quad (52)$$

$$s_{n+1} \leq D \quad (53)$$

$$t'_i, s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (54)$$

Model 2.a'daki amaç fonksiyonu (50), projenin minimum hızlandırma maliyetini vermektedir. Kısıt (51), hemen öncü ilişkisi olan faaliyetler arasında bulunması gereken asgari süreyi belirlemektedir. Kısıt (52), bir faaliyetin kısaltma sonrası süresinin, faaliyetin tamamlanabileceği en kısa süre ile faaliyetin normal süresi arasında kalmasını sağlamaktadır. Kısıt (53) projenin belirlenen miat içinde tamamlanmasını sağlamaktadır. Kısıt (54) değişken tanımlama kısıtlarıdır.

Hızlandırılmış miat kısıtlı önleme modelinin geliştirilmesi için ilk olarak, iki katmanlı model, Model 2.a.I, aşağıdaki şekilde oluşturulabilir.

#### Model 2.a.I İki Seviyeli Miat Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Önleme Modeli

##### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \text{Min } \sum_i (CN_i + b_i (TN_i - t'_i)) \quad \text{Dual Değişken} \quad (55)$$

$$y_i \in \Omega \quad s_j - s_i \geq t'_i + d_i y_i \quad \forall (i,j) \in A \quad :w_{ij} \quad (56)$$

$$TC_i \leq t'_i \leq TN_i \quad \forall i \quad :vc_i, vn_i \quad (57)$$

$$s_{n+1} \leq D \quad :u_{n+1} \quad (58)$$

$$t'_{i,s_i} \geq 0 \quad \forall i \quad (59)$$

Burada  $\Omega \equiv \{y_i \mid y_i \in \{0,1\} \quad \forall i, \sum_i r_i y_i \leq R\}$ 'dir.

İki katmanlı modelde bulunan içteki model, proje sahibine ait olan Model 2.a'dır. Ancak, (56) numaralı kısıtın sağ tarafında, önleyenin önleme yapması durumunda  $t'_i$ 'ye önleme süresi olan  $d_i$  kadar süre ilave edilmesini sağlayacak bir terim eklenmiştir. Önleyen,  $\Omega$  kümesi olarak tanımlanan hareket tarzları ile, proje sahibinin minimize etmeye çalıştığı proje maliyetini maksimize etmeye çalışmaktadır.

Model 2.a.l'da tanımlanan dual değişkenler kullanılarak ve  $y_i$  değişkenini sabit kabul edilerek, içerideki modelin duali alınır, aşağıdaki tek katmanlı doğrusal olmayan model elde edilir.

### **Model 2.a.İ.N Doğrusal Olmayan Miat Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Engelleme Modeli**

#### **Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar**

$$\text{Max } \sum_i TN_i vn_i + \sum_i TC_i vc_i + Du_{n+1} + \sum_{(i,j) \in A} d_i y_i w_{ij} \quad (60)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq n+1 \quad (61)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} + u_{n+1} \leq 0 \quad i = n+1 \quad (62)$$

$$vn_i + vc_i - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq -b_i \quad i \neq 0 \text{ ve } n+1 \quad (63)$$

$$\sum_i r_i y_i \leq R \quad (64)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A \quad (65)$$

$$vc_i \geq 0 \quad \forall i \quad (66)$$

$$vn_i \leq 0 \quad \forall i \quad (67)$$

$$u_{n+1} \leq 0 \quad (68)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (69)$$

Amaç fonksiyonunda bulunan  $d_i y_i w_{ij}$  terimi nedeniyle, model doğrusal olmayan bir modeldir. Ancak değişken dönüşümleri kullanılarak, doğrusal getirilebilir. Bölüm 1'deki durumun aksine, burada,  $w_{ij}$  dual değişkenlerinin, 0-1 değerlerini aldığını söyleyemeyiz. Burada amaç fonksiyonunda projenin süresi yerine hızlandırma maliyeti yer almaktadır. Doğal olarak, sağ taraf değerlerindeki değişim, amaç fonksiyonunda parasal maliyet olarak bir etki yaratmakta ve bu etki de her bir faaliyetin maliyet durumuna göre farklı bir değer olabilmektedir. Fakat burada, kritik yol üzerinde olmayan faaliyetler için dual değişkenlerin yine 0 değerini aldığını söyleyebiliriz.

$d_i y_i w_{ij}$  teriminin alacağı değerler,  $y_i$  ikil değişkeni ve  $w_{ij}$  dual değişkeninin alacağı değerlere bağlı olarak değişecektir. Bu kapsamda;  $y_i w_{ij} = \gamma_{ij}$  olacak şekilde bir değişken dönüşümü yapılarak ve gerekli kısıtlar eklenerek, model doğrusal hale getirilebilir.  $\gamma_{ij}$  değişkeni,  $y_i$  ikil

değişkeni 0 olduğunda 0 değerini,  $y_i$  1 olduğunda ise  $w_{ij}$  değerini almalıdır. Bu kapsamda  $\gamma_{ij}$  değişkeninin,  $y_i$  ikil değişkeni ve  $w_{ij}$  dual değişkeninin alacağı değerlere göre alması gereken değerler, aşağıdaki ilave kısıtlarla sağlanabilir. Burada  $M$  büyük bir pozitif sayıyı ifade etmektedir.

$$\gamma_{ij} \leq My_i \quad \forall i, j \quad (70)$$

$$\gamma_{ij} \leq w_{ij} \quad \forall i, j \quad (71)$$

Doğrusallaştırma için kullanılan (70) numaralı kısıt ile,  $y_i$  ikil değişkeninin 0 olması durumunda  $\gamma_{ij}$  değişkeninin 0 olması sağlanmaktadır. (71) numaralı kısıt ile de,  $y_i$  ikil değişkeninin 1 olması durumunda, amaç fonksiyonu maksimizasyon olduğundan,  $\gamma_{ij}$  değişkeninin (alabileceği en iyi değer olarak)  $w_{ij}$  değerini alması sağlanmaktadır.

Belirtilen dönüşümler yapıldıktan sonra, miat kısıtlı CPM tabanlı hızlandırılmış projeler için elde edilen engelleme modeli, Model 2.a.Î, aşağıda sunulduğu şekilde standart bir MIP model olarak verilebilir.

### Model 2.a.Î Miat Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Engelleme Modeli

#### Karar Değişkenleri

$\gamma_{ij}$  Doğrusallaştırma için dönüşümde kullanılan değişken

#### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \sum_i TN_i vn_i + \sum_i TC_i vc_i + Du_{n+1} + \sum_{(i,j) \in A} d_i \gamma_{ij} \quad (72)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq n+1 \quad (73)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} + u_{n+1} \leq 0 \quad i = n+1 \quad (74)$$

$$vn_i + vc_i - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq -b_i \quad i \neq 0 \text{ ve } n+1 \quad (75)$$

$$\sum_i r_i y_i \leq R \quad (76)$$

$$\gamma_{ij} \leq My_i \quad \forall i, j \quad (77)$$

$$\gamma_{ij} \leq w_{ij} \quad \forall i, j \quad (78)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (79)$$

$$vc_i \geq 0 \quad \forall i \quad (80)$$

$$vn_i \leq 0 \quad \forall i \quad (81)$$

$$u_{n+1} \leq 0 \quad (82)$$

$$\gamma_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (83)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (84)$$

Modelde amaç fonksiyonu (72), maliyeti ifade etmektedir. Ancak, bu fonksiyon proje yöneticisine ait primal modelin (Model 2.a) amaç fonksiyonundaki sabitini ( $\sum_i (CN_i + b_i TN_i)$ ) içermemektedir. Dolayısıyla, uygulamada bu fonksiyonun toplam maliyeti ifade etmesi için belirtilen sabitin ilave edilmesi gerekir. (73), (74) ve (75) numaralı kısıtlar, içerideki modelin

duali alındığında elde edilen kısıtlardır. (76) numaralı kısıt önleme yapılmasına ilişkin elde bulundurulmuş kaynağa ait kısıttır. (77) ve (78) numaralı kısıtlar doğrusallaştırma işlemi için değişken dönüşümünde kullandığımız kısıtlardır. (79)-(84) numaralı kısıtlar, değişken tanımlama kısıtlarıdır.

Model 2.a.Î, standart optimizasyon paketleri ile çözülebilecek bir modeldir. CPLEX 12.1 ile yapılan test çalışmalarında, 200 düğüme kadar oluşturulan test senaryolarının çözümünün, çok kısa süreler içinde elde edilebildiği görülmüştür.

### 3.2.1.4.2 Bütçe Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Önleme

Bütçe kısıtlı problem, esas olarak Bölüm 3.2.1.4.1'deki adımlar takip edilerek modellenebilir.

#### Model 2.b Bütçe Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Model

##### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Min } S_{n+1} \quad (85)$$

$$s_j - s_i \geq t'_i \quad \forall (i,j) \in A \quad (86)$$

$$TC_i \leq t'_i \leq TN_i \quad \forall i \quad (87)$$

$$\sum_i b_i(TN_i - t'_i) \leq B \quad (88)$$

$$t'_i, s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (89)$$

Model 2.b'de amaç fonksiyonu (85), projenin tamamlanma süresini minimize etmektedir. Kısıt (86), hemen öncü ilişkisi olan faaliyetler arasında bulunması gereken asgari süreyi belirlemektedir. Kısıt (87), bir faaliyetin kısaltma sonrası süresinin normal süresinden küçük, kısaltılabilecek minimum süresinden büyük olmasını sağlamaktadır. Kısıt (88), proje faaliyet kısaltma maliyetleri toplamının, belirlenen proje hızlandırma bütçesi dâhilinde kalmasını sağlamaktadır. Kısıt (89), değişkenleri tanımlamaktadır.

#### Model 2.b.1 İki Seviyeli Bütçe Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Önleme Modeli

##### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \text{Min } S_{n+1} \quad \text{Dual Değişken} \quad (90)$$

$$y_i \in \Omega \quad s_j - s_i \geq t'_i + d_i y_i \quad \forall (i,j) \in A \quad :w_{ij} \quad (91)$$

$$TC_i \leq t'_i \leq TN_i \quad \forall i \quad :vc_i, vn_i \quad (92)$$

$$\sum_i b_i(TN_i - t'_i) \leq B \quad :u \quad (93)$$

$$t'_i, s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (94)$$

Burada  $\Omega \equiv \{y_i \mid y_i \in \{0,1\} \quad \forall i, \sum_i r_i y_i \leq R\}$  'dir.

İçteki model, proje yöneticisinin modelidir. Zaman kısıtlı modelden farklı olarak, (93) numaralı kısıt, bütçe kısıtını ifade etmektedir.  $y_i$  değişkeni sabit kabul edilerek dualini alındığında, model tek katmanlı hale getirilebilir. Elde edilen model, doğrusal olmayan bir modeldir. Ancak, Bölüm 3.2.1.4.1'de yapıldığı şekilde, model doğrusal hale getirilebilir. Aşağıda, sırasıyla, doğrusal olmayan ile doğrusal tek katmanlı modeller sunulmuştur.

## Model 2.b.Î.N Doğrusal Olmayan Bütçe Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Önleme Modeli

### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \sum_i TN_i vn_i + \sum_i TC_i vc_i + (B - \sum_i b_i TN_i)u + \sum_{(i,j) \in A} d_i y_i w_{ij} \quad (95)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq n+1 \quad (96)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 1 \quad i = n+1 \quad (97)$$

$$vn_i + vc_i - ub_i - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq s \text{ ve } n+1 \quad (98)$$

$$\sum_i r_i y_i \leq R \quad (99)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A \quad (100)$$

$$vc_i \geq 0 \quad \forall i \quad (101)$$

$$vn_i \leq 0 \quad \forall i \quad (102)$$

$$u \leq 0 \quad (103)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad (104)$$

## Model 2.b.Î Bütçe Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Engelleme Modeli

### Karar Değişkenleri

$\gamma_{ij}$  Doğrusallaştırma için dönüşümde kullanılan değişken

### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \sum_i TN_i vn_i + \sum_i TC_i vc_i + (B - \sum_i b_i TN_i)u + \sum_{(i,j) \in A} d_i \gamma_{ij} \quad (105)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq n+1 \quad (106)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 1 \quad i = n+1 \quad (107)$$

$$vn_i + vc_i - ub_i - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq 0 \text{ ve } n+1 \quad (108)$$

$$\sum_i r_i y_i \leq R \quad (109)$$

$$\gamma_{ij} \leq M y_i \quad \forall i, j \quad (110)$$

$$\gamma_{ij} \leq w_{ij} \quad \forall i, j \quad (111)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A \quad (112)$$

$$vc_i \geq 0 \quad \forall i \quad (113)$$

$$vn_i \leq 0 \quad \forall i \quad (114)$$

$$u \leq 0 \quad (115)$$

$$\gamma_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (116)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (117)$$

Modelde amaç fonksiyonu (105), proje tamamlanma süresini ifade etmektedir. (106), (107) ve (108) numaralı kısıtlar, içerideki modelin dualini aldığımızda elde edilen kısıtlardır. Diğer kısıtlar, yukarıda açıklanan kısıtlardır.

### 3.2.1.4.3 Önleyenin Etkin Kaynak Kullanımını Dikkate Alan Miat Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Önleme

Önleyici açısından, önleme için kullanılan kaynağın etkin bir şekilde kullanılması da önem arz etmektedir. Bu kapsamda, asgari önleme kaynağı kullanmak suretiyle istenen maksimum faydanın sağlanması gereklidir. Hızlandırılmış proje şebekeleri için de, Bölüm 3.2.1.2.1'de yapıldığı şekilde, önleme kaynağının etkin şekilde bulunmasını sağlayan modeller geliştirilebilir.

Miat kısıtlı hızlandırılmış CPM tabanlı önleme modeli Model 2.a.Î'deki amaç fonksiyonu ile önleyenin engelleme amaçlı kullandığı kaynak miktarını temsil eden amaç fonksiyonu, (118)'de olduğu şekilde, tek amaç fonksiyonu olarak ifade edilebilir. (118)'de,  $\varepsilon$  parametresini içeren terimden önceki terimler, önleyicinin proje tamamlanma süresini maksimize etmesini sağlamaktadır.  $\varepsilon$  parametresini içeren terim, kaynak kullanımının minimize edilmesini sağlamaktadır. (118)'de, projenin tamamlanma süresinin minimize edilmesi birinci öncelikli, önleme kaynağının minimize edilmesi ikinci önceliklidir.

$$\mathbf{Max} \sum_i TN_i v n_i + \sum_i TC_i v c_i + D u_{n+1} + \sum_{(i,j) \in A} d_i \gamma_{ij} - \varepsilon \sum_i r_i y_i \quad (118)$$

### Model 3.a.E. Etkin Kaynak Kullanımını Dikkate Alan Miat Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Önleme Modeli

Kısıtlar (73)-(84) ve amaç fonksiyonu (118).

Amaç fonksiyonu (118), proje yöneticisine ait primal modelin (Model 2.a) amaç fonksiyonundaki ( $\sum_i (CN_i + b_i TN_i)$ ) sabitini içermemektedir. Dolayısıyla, fonksiyonun gerçek değerinin bulunması için söz konusu terimin ilave edilmesi gerekir.

Etkin çözüm kümesi, Algoritma 1.Î.E'deki adımlar takip edilerek bulunabilir. Algoritmada, yapılması gereken tek değişiklik, Model 3.a.E'nin kullanılmasıdır.

### 3.2.1.4.4 Önleyenin Etkin Kaynak Kullanımını Dikkate Alan Bütçe Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Önleme

Bütçe kısıtlı hızlandırılmış CPM tabanlı önleme modeli Model 2.b.Î'deki amaç fonksiyonu ile önleyenin engelleme amaçlı kullandığı kaynak miktarını temsil eden amaç fonksiyonu (119)'da olduğu şekilde, tek amaç fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Amaç fonksiyonu (118) için yapılan açıklamalar, esas olarak, amaç fonksiyonu (119) için de geçerlidir.

$$\mathbf{Max} \sum_i TN_i v n_i + \sum_i TC_i v c_i + (B - \sum_i b_i TN_i) u + \sum_{(i,j) \in A} d_i \gamma_{ij} - \varepsilon \sum_i r_i y_i \quad (119)$$

### Model 3.b.E. Etkin Kaynak Kullanımını Dikkate Alan Bütçe Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Önleme Modeli

Kısıtlar (106)-(117) ve amaç fonksiyonu (119)



Etkin çözüm kümesi, Algoritma 1.İ.E'deki adımlar takip edilerek bulunabilir. Algoritmada, yapılması gereken tek değişiklik, Model 3.b.E'nin kullanılmasıdır.

### 3.2.1.4.5 Miat Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Kısmi Önleme

Bölüm 3.2.1.3 ve Bölüm 3.2.1.4.1'deki temel tanımlar ve varsayımlar esas alınarak, iki katmanlı önleme modeli aşağıdaki şekilde oluşturulabilir.

#### Model 4.a.I.P İki Seviyeli Miat Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Kısmi Önleme Modeli

##### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max Min } \sum_i (CN_i + b_i (TN_i - t'_i)) \quad \text{Dual Değişken} \quad (120)$$

$$y'_i \in \Omega \quad s_j - s_i \geq t'_i + y'_i \quad \forall (i,j) \in A \quad :w_{ij} \quad (121)$$

$$TC_i \leq t'_i \leq TN_i \quad \forall i \quad :vc_i, vn_i \quad (122)$$

$$s_{n+1} \leq D \quad :u_{n+1} \quad (123)$$

$$t'_i, s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (124)$$

Burada  $\Omega \equiv \{y'_i \mid y'_i \geq 0 \quad \forall i, \sum_i b'_i y'_i \leq R, y'_i \leq \bar{d}_i \quad \forall i\}$ 'dir.

Model 4.a.I.P'de, (121) numaralı kısıtın sağ tarafına, bir faaliyetin ne kadar önlenmesi gerektiğini ifade eden ve önleyenin karar değişkeni olan  $y'_i$ , ilave edilmiştir. Ayrıca önleyicinin hareket tarzlarını ifade eden  $\Omega$  kümesi, önleme maliyeti ve proje tamamlanma süresi arasında tanımlanan ilişkiye uygun olarak düzenlenmiştir.

Model 4.a.I.P'de, içeride bulunan modelin önleyiciye ait  $y'_i$  değişkeni sabit kabul edilerek duali alınırsa, tek katmanlı bir model elde edilir. Elde edilen modelin amaç fonksiyonu doğrusal değildir. Ancak, önceki bölümlerde açıklandığı şekilde, değişken dönüşümleri kullanılarak, tek katmanlı doğrusal bir model elde edilebilir. Nihai model, Model 4.a.İ.P, aşağıda sunulmuştur.

#### Model 4.a.İ.P. Miat Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Kısmi Engelleme Modeli

##### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \sum_i TN_i vn_i + \sum_i TC_i vc_i + Du_{n+1} + \sum_{(i,j) \in A} \gamma_{ij} \quad (142)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq n+1 \quad (143)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} + u_{n+1} \leq 0 \quad i = n+1 \quad (144)$$

$$vn_i + vc_i - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq -b_i \quad i \neq 0 \text{ ve } n+1 \quad (145)$$

$$\sum_i b'_i y'_i \leq R \quad (146)$$

$$\gamma_{ij} \leq y'_i \quad \forall i, j \quad (147)$$

$$\gamma_{ij} \leq M w_{ij} \quad \forall i, j \quad (148)$$

$$y'_i \leq \bar{d}_i \quad \forall i \quad (149)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (150)$$

$$vc_i \geq 0 \quad \forall i \quad (151)$$

$$vn_i \leq 0 \quad \forall i \quad (152)$$

$$u_{n+1} \leq 0 \quad (153)$$

$$\gamma_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (154)$$

$$y'_i \geq 0 \quad \forall i \quad (155)$$

Model 4.a.Î.P, standart optimizasyon paket programları ile çözülebilir.

### 3.2.1.4.6 Bütçe Kısıtlı CPM Tabanlı Hızlandırılmış Projelerde Kısmi Önleme

Bölüm 3.2.1.3 ve Bölüm 3.2.1.4.2'deki temel tanımlar ve varsayımlar esas alınarak, iki katmanlı önleme modeli aşağıdaki şekilde oluşturulabilir.

#### Model 4.b.I.P İki Seviyeli Bütçe Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Kısmi Önleme Modeli

##### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & \text{Min } S_{n+1} \\ y'_i \in \Omega & \end{array} \quad \text{Dual Değişken} \quad (156)$$

$$s_j - s_i \geq t'_i + y'_i \quad \forall (i, j) \in A \quad : w_{ij} \quad (157)$$

$$TC_i \leq t'_i \leq TN_i \quad \forall i \quad : v_{c_i}, v_{n_i} \quad (158)$$

$$\sum_i b_i (TN_i - t'_i) \leq B \quad : u \quad (159)$$

$$t'_{i, s_i} \geq 0 \quad \forall i \quad (160)$$

Burada  $\Omega \equiv \{ y'_i \mid y'_i \geq 0 \quad \forall i, \sum_i b_i y'_i \leq R, y'_i \leq \bar{d}_i \quad \forall i \}$ 'dir.

Model 4.b.I.P'de, (157) numaralı kısıtın sağ tarafına, bir faaliyetin ne kadar önlenmesi gerektiğini ifade eden ve önleyenin karar değişkeni olan  $y'_i$ , ilave edilmiştir. Ayrıca önleyicinin hareket tarzlarını ifade eden  $\Omega$  kümesi, önleme maliyeti ve proje tamamlanma süresi arasında tanımlanan ilişkiye uygun olarak düzenlenmiştir.

Model 4.b.I.P'de, içerde bulunan modelin önleyiciye ait  $y'_i$  değişkeni sabit kabul edilerek duali alınır, tek katmanlı bir model elde edilir. Elde edilen modelin amaç fonksiyonu doğrusal değildir. Ancak, önceki bölümlerde açıklandığı şekilde, değişken dönüşümleri kullanılarak, tek katmanlı doğrusal bir model elde edilebilir. Nihai model, Model 4.b.Î.P, aşağıda sunulmuştur.

#### Model 4.b.Î.P. Bütçe Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Kısmi Engelleme Modeli

##### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \sum_i TN_i v_{n_i} + \sum_i TC_i v_{c_i} + (B - \sum_i b_i TN_i)u + \sum_{(i,j) \in A} \gamma_{ij} \quad (161)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq n+1 \quad (162)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} + u_{n+1} \leq 0 \quad i = n+1 \quad (163)$$

$$v_{n_i} + v_{c_i} - ub_i - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq 0 \text{ ve } n+1 \quad (164)$$

$$\sum_i b'_i y'_i \leq R \quad (165)$$

$$\gamma_{ij} \leq y'_i \quad \forall i, j \quad (166)$$

$$\gamma_{ij} \leq M w_{ij} \quad \forall i, j \quad (167)$$

$$y'_i \leq \bar{d}_i \quad \forall i \quad (168)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (169)$$

$$vc_i \geq 0 \quad \forall i \quad (170)$$

$$vn_i \leq 0 \quad \forall i \quad (171)$$

$$u_{n+1} \leq 0 \quad (172)$$

$$\gamma_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (173)$$

$$y'_i \geq 0 \quad \forall i \quad (174)$$

Model 4.b.Î.P, standart optimizasyon paket programları ile çözülebilir.

### 3.2.1.4.7 Miat Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Zaman/Maliyet Takas Probleminde Önleme

Hem zaman hem de maliyetin önemli olduğu ve zamanın para cinsinden tam olarak ifade edilemediği durumlarda, zaman ve maliyetin her ikisini birden optimize edecek çok amaçlı (multi-objective) bir yaklaşımın kullanılması gereklidir. Bu durumda, zaman ve maliyet arasında bir ödünleşim (trade-off) durumu söz konusudur ve proje yöneticisi için etkin çözüm kümesinin bulunması gerekir.

Bunu gerçekleştirmek için projenin tamamlanma süresi ile maliyeti iki ayrı amaç olarak ele alınarak, iki amaçlı bir model oluşturulabilir ve bu şekilde etkin çözüm kümesi bulunabilir. Bu kapsamda, zaman kısıtlı ve bütçe kısıtlı olmak üzere iki model geliştirilmiştir. Bu bölümde, miat kısıtlı model ele alınmıştır.

Proje miadının bir kısıt olarak yer aldığı Model 2.a esas alınarak önleme modeli geliştirilmiştir. Bu modelde amacın, sadece hızlandırma maliyetini minimize etmek yerine, hem hızlandırma maliyetini hem de projenin tamamlama süresini aynı anda minimize etmek olduğunu varsayalım. Bu durumda, amaç fonksiyonları (175) ve (176) aşağıdaki şekilde ifade edilebilir ve (177)'de olduğu gibi, tek amaç fonksiyonuna dönüştürülebilir. (177)'de, proje maliyeti birinci öncelikli, projenin tamamlanma süresi ise ikinci önceliklidir. Geliştirilen nihai modelden elde edilen çözüm, etkin bir çözüm olacaktır.

$$\mathbf{Min} \quad \sum_i (CN_i + b_i (TN_i - t'_i)) \quad (175)$$

$$\mathbf{Min} \quad s_{n+1} \quad (176)$$

$$\mathbf{Min} \quad \sum_i (CN_i + b_i (TN_i - t'_i)) + \varepsilon s_{n+1} \quad (177)$$

Bu durumda, miat kısıtlı zaman/maliyet analiz modeli, aşağıdaki şekilde oluşturulabilir.

### Model 5.a Miat Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Zaman/Maliyet Analiz Modeli

Amaç fonksiyonu (177) ile (51)-(54) numaralı kısıtlar.

Model 5.a tek bir etkin çözüm verecektir. Bütün etkin çözümleri,  $D$ 'ye sistematik olarak farklı değerler vererek bulabiliriz (Değirmenci ve Azizoğlu, 2009). Projenin hiçbir faaliyetinin hızlandırılmadan bitirileceği normal süre (veya bu süreden daha büyük bir süre),  $D$  için bir üst sınır (upper bound),  $\bar{D}$ , olarak kabul edilebilir.  $D$  için bir alt sınır ise (lower bound),  $\underline{D}$ , her bir faaliyetin en kısa sürede tamamlanması durumunda projenin biteceği süre (veya bu süreden

daha küçük bir süre) olarak kabul edilebilir.  $D$ 'nin alt ve üst sınırları arasında kalan yeter sayıda farklı değer için Model 5.a çözüldüğünde, zaman ve maliyet arasındaki ilişkiyi ortaya koyan bir eğri elde edilir.

$\varepsilon s_{n+1}$  teriminin modele eklenmesi, özellikle  $D$ 'nin üst sınırının gevşek olarak belirlendiği durumlarda önem arz etmektedir.  $D$ 'nin üst sınırı yeteri kadar büyük bir değer olarak verildiğinde hiçbir faaliyetin kısaltılması gerekmeyecek, projenin tutarı normal maliyeti kadar olacak ve kısaltma için ekstra bir maliyet ödenmeyecektir. Modelde projenin mümkün olduğu kadar erken bitirilmesi için eklenmiş  $\varepsilon s_{n+1}$  teriminin olmaması durumunda,  $s_{n+1}$  değerinin projenin normal tamamlanma süresinden daha büyük olma ihtimali söz konusudur.

Miat Kısıtlı Zaman/Maliyet Analiz Problemi için İki Katmanlı Engelleme Modeli, 5.a.1, aşağıda sunulmuştur.

### Model 5.a.1 İki Katmanlı Miat Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Zaman/Maliyet Önleme Modeli

#### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max Min } \sum_i (CN_i + b_i (TN_i - t'_i)) + \varepsilon s_{n+1} \quad (178)$$

$$y_i \in \Omega \quad s_j - s_i \geq t'_i + d_i y_i \quad \forall (i,j) \in A \quad (179)$$

$$TC_i \leq t'_i \leq TN_i \quad \forall i \quad (180)$$

$$s_{n+1} \leq D \quad (181)$$

$$t'_i, s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (182)$$

Burada  $\Omega \equiv \{ y_i \mid y_i \in \{0,1\} \quad \forall i, \sum_i r_i y_i \leq R \}$ 'dir.

Model 5.a.1'nin tek katmanlı standart bir yapıya dönüşümü, Model 2.a.1'nin tek katmanlı modele dönüşümüne benzer şekilde yapılabilir. Modelin duali alınarak gerekli değişken dönüşüm işlemleri yapıldığında, aşağıda sunulan tek katmanlı önleme modeli (Model 5.a.1) elde edilir.

### Model 5.a.1 Miat Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Zaman/Maliyet Önleme Modeli

#### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \sum_i TN_i v n_i + \sum_i TC_i v c_i + D u_t + \sum_{(i,j) \in A} d_i \gamma_{ij} \quad (183)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq n+1 \quad (184)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} + u_t \leq \varepsilon \quad i = n+1 \quad (185)$$

$$v n_i + v c_i - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq -b_i \quad i \neq 0 \text{ ve } n+1 \quad (186)$$

$$\sum_i r_i y_i \leq R \quad (187)$$

$$\gamma_{ij} \leq M y_i \quad \forall i, j \quad (188)$$

$$\gamma_{ij} \leq w_{ij} \quad \forall i, j \quad (189)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (190)$$

$$v c_i \geq 0 \quad \forall i \quad (191)$$

$$vn_i \leq 0 \quad \forall i \quad (192)$$

$$u_{n+1} \leq 0 \quad (193)$$

$$\gamma_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (194)$$

$$y_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \quad (195)$$

Model 5.a.Î'da amaç fonksiyonu (183), maliyeti ifade etmektedir. Bu fonksiyon da, Model 2.a.Î'dekine benzer şekilde, primal modelin amaç fonksiyonundaki sabitini ( $\sum_i(CN_i + b_i TN_i)$ ) içermemektedir. Dolayısıyla, uygulamada bu fonksiyonun toplam maliyeti ifade etmesi için belirtilen sabitin ilave edilmesi gerekir. (184), (185) ve (186) numaralı kısıtlar içerideki modelin dualini aldığımızda elde ettiğimiz kısıtlardır. Görüldüğü gibi (185) numaralı kısıtta, primal modeldeki  $\varepsilon s_{n+1}$  t teriminden kaynaklı olarak, sağ taraf değeri 0 yerine  $\varepsilon$  değerini almıştır. (187) numaralı kısıt önleyenin elde bulundurduğu toplam önleme kaynağına ilişkin kısıttır. (188) ve (189) numaralı kısıtlar doğrusallaştırma işlemi için değişken dönüşümünde kullandığımız kısıtlardır. (190)-(195) numaralı kısıtlar, değişken tanımlama kısıtlarıdır.

Elde edilen model, standart optimizasyon paketleri ile çözülebilen bir modeldir.

### 3.2.1.4.8 Bütçe Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Zaman/Maliyet Takas Probleminde Önleme

Bütçe kısıtlı önleme modeli, zaman kısıtlı önleme modelinde yapıldığı şekilde geliştirilebilir. Projenin tamamlanma süresinin ve maliyetinin minimize edilmesini hedefleyen amaç fonksiyonları, (196)'da olduğu gibi tek amaç fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Burada öncelikli hedef, projenin en kısa sürede tamamlanmasıdır. Bu amaç sağlandıktan sonra, mümkün olan en düşük maliyet değeri ile etkin bir çözüm bulunmaktadır.

$$\text{Min } s_{n+1} + \varepsilon \sum_i b_i (TN_i - t'_i) \quad (196)$$

Bu durumda, bütçe kısıtlı zaman/maliyet analiz modeli ve önleme modeli aşağıdaki şekilde oluşturulabilir.

### Model 5.b Bütçe Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Zaman/Maliyet Analiz Modeli

Amaç fonksiyonu (196) ile (86)-(89) numaralı kısıtlar.

### Model 5.b.I İki Katmanlı Bütçe Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Zaman/Maliyet Önleme Modeli

#### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max Min } s_{n+1} + \varepsilon \sum_i b_i (TN_i - t'_i) \quad (197)$$

$$s_j - s_i \geq t'_i + d_i y_i \quad \forall (i, j) \in A \quad (198)$$

$$y_i \in \Omega \quad TC_i \leq t'_i \leq TN_i \quad \forall i \quad (199)$$

$$\sum_i b_i (TN_i - t'_i) \leq B \quad (200)$$

$$t'_i, s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (201)$$

Burada  $\Omega \equiv \{ y_i \mid y_i \in \{0,1\} \quad \forall i, \sum_i r_i y_i \leq R \}$  dir.

Modelin duali alınarak gerekli değişken dönüşüm işlemleri yapıldığında, aşağıda sunulan tek katmanlı önleme modeli (Model 5.b.1) elde edilir.

### Model 5.b.1 Bütçe Kısıtlı Hızlandırılmış CPM Tabanlı Zaman/Maliyet Önleme Modeli

#### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \sum_i TN_i v n_i + \sum_i TC_i v c_i + (B - \sum_i b_i TN_i) u + \sum_{(i,j) \in A} d_i \gamma_{ij} \quad (202)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 0 \quad i \neq n+1 \quad (203)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} w_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq 1 \quad i = n+1 \quad (204)$$

$$v n_i + v c_i - u b_i - \sum_{j|(i,j) \in A} w_{ij} \leq \epsilon b_i \quad i \neq s \text{ ve } n+1 \quad (205)$$

$$\sum_i r_i y_i \leq R \quad (206)$$

$$\gamma_{ij} \leq M y_i \quad \forall i, j \quad (207)$$

$$\gamma_{ij} \leq w_{ij} \quad \forall i, j \quad (208)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (209)$$

$$v c_i \geq 0 \quad \forall i \quad (210)$$

$$v n_i \leq 0 \quad \forall i \quad (211)$$

$$u \leq 0 \quad (212)$$

$$\gamma_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (213)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (214)$$

Modelde amaç fonksiyonu (202), proje tamamlanma süresini ifade etmektedir. (203), (204) ve (205) numaralı kısıtlar, içerideki modelin dualini aldığımızda elde edilen kısıtlardır. (205) numaralı kısıtta sağ taraf değeri 0 yerine  $\epsilon b_i$  değerini almaktadır. (206) numaralı kısıt önleme yapılmasına ilişkin elde bulundurulmuş kaynağa ait kısıttır. (207) ve (208) numaralı kısıtlar doğrusallaştırma işlemi için değişken dönüşümünde kullanılan kısıtlardır. (209), (210), (211) ve (212) numaralı kısıtlar dual değişkenleri, (213) numaralı kısıt dönüşüm değişkenini, (214) numaralı kısıt ise önleme yapılıp yapılmayacağını belirten ikil değişkeni tanımlamak için kullanılmaktadır.

### 3.2.1.5 Çok Modlu (Faaliyet Süre ve Maliyetleri Arasındaki İlişkinin Kesikli Olması Durumunda) Önleme

Bundan önce ele alınan Hızlandırılmış CPM Tabanlı modellerin tamamında, faaliyet süre ve maliyetleri arasındaki ilişkinin doğrusal olduğu kabul edilmişti. Bu bölümde, faaliyet süre ve maliyetlerinin proje şebeke düğümlerinde farklı modlar halinde kesikli olarak verildiği durumlar için önleme modelleri geliştirilecektir.

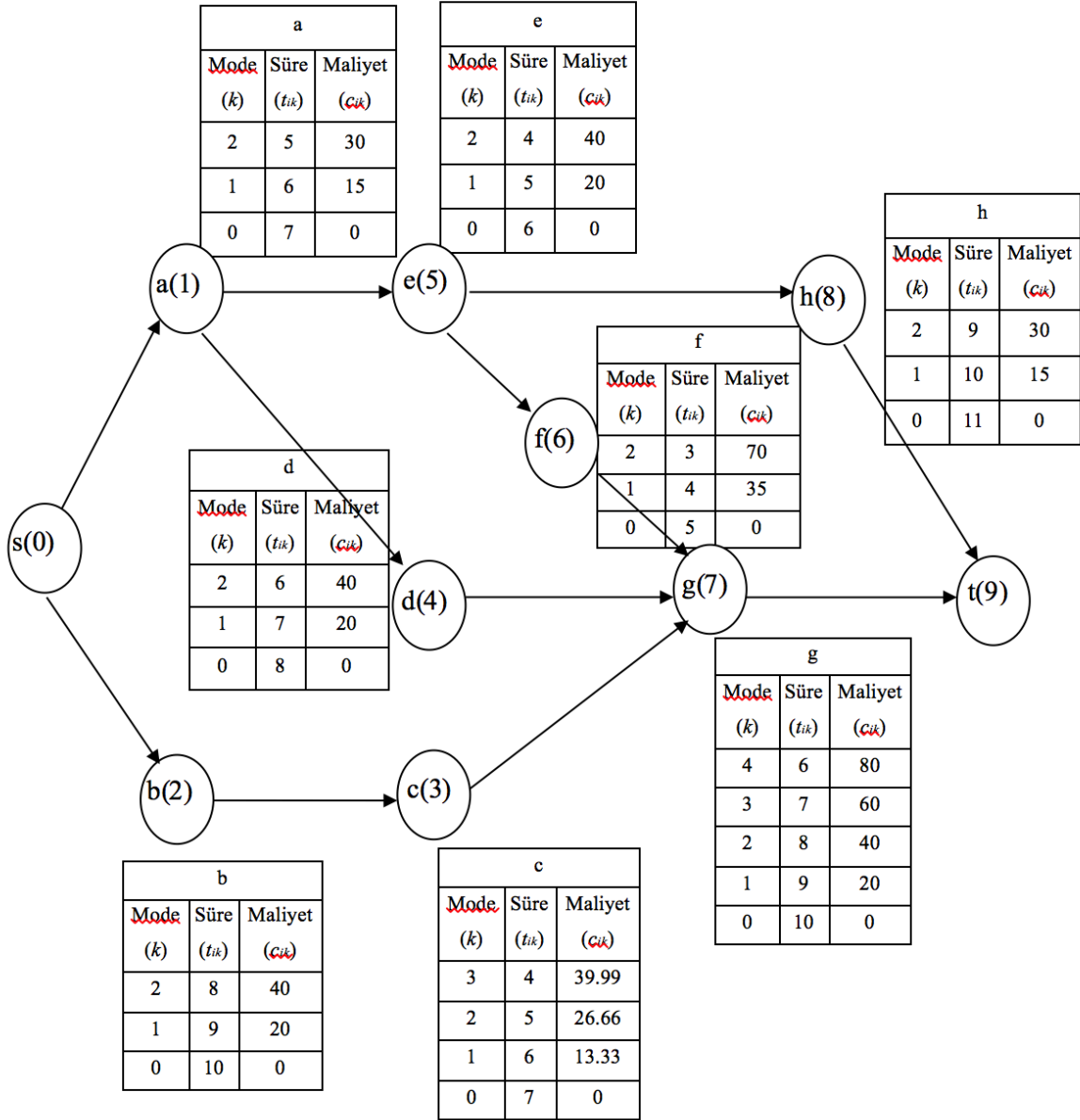
Bunun için örnek olarak Tablo-6'da daha önceden verilen faaliyetlerin süre ve maliyetlerine ilişkin bilgileri, düğümlerin farklı modları hâlinde (faaliyet süreleri kesikli hâle getirilmiş olarak)

Şekil-11'deki gibi düzenleyelim. Burada faaliyet süreleri ile maliyet arasında artık doğrusal bir ilişki yerine kesikli bir ilişki olduğu varsayılmaktadır. Bu durum, gerçek hayatta her bir faaliyetin farklı alternatifler veya yöntemler kullanılarak yapılmasının mümkün olduğu durumlarda karşımıza çıkabilir. Örneğin, bir faaliyeti farklı teknolojiler kullanarak icra etmek mümkün olabilir. Her bir teknolojiyi kullanmanın kendi maliyeti olacağından maliyetle faaliyet süresi arasındaki ilişki doğrusal olmayacaktır. Benzer durum, faaliyetler icra edilirken ihtiyaç duyulan ham maddeler için farklı alternatiflerin olması durumunda da ortaya çıkacak ve maliyet ile faaliyet süresi arasındaki ilişki, kullanılan ham madde türüne göre kesikli bir yapıda olacaktır. Bu tür durumlarda hâliyle, maliyet ile faaliyet süresi arasındaki ilişkiyi doğrusal olarak tanımlamak gerçekçi olamayacağından, kesikli bir ilişki tanımlama ihtiyacı ortaya çıkacaktır.

Şekil 4'te,  $k$  indisi her bir düğümde kullanılan modu;  $t_{ik}$ ,  $i$  düğümü için  $k$  modunun kullanılması durumunda  $i$  faaliyeti için gereken süreyi;  $c_{ik}$  ise  $i$  düğümü için  $k$  modunun kullanılması durumundaki hızlandırma maliyetini ifade etmektedir. Görüldüğü gibi faaliyet süreleri kesikli gibi düşünülerek, her faaliyet için maksimum ve minimum süreler arasındaki bütün tamsayı süreler ayrı modlar hâlinde düğümlerde belirtilmiştir. Her faaliyetin 0'ncı modu, hızlandırmanın ve hızlandırma maliyetinin olmadığı durumu ifade etmektedir. 1 numaralı mod, 1 birim kısaltma yapıldığını; 2 numaralı mod, 2 birim kısaltma yapıldığını; benzer şekilde  $k$  numaralı mod,  $k$  birim kısaltma yapıldığını ifade etmektedir. Her kısaltmaya ait maliyet değeri ise  $c_{ik}$  olarak verilmiştir. Geliştirilecek modelin amacı, proje için belirlenen kısıtlar altında bu modlardan en uygun (maliyeti en düşük) olanların seçilmesidir.

Şekil 4'te örnek bir proje şebekesi verilmiştir. Şekilde,  $a$  faaliyetinin 0, 1 ve 2 olmak üzere 3 modu bulunmaktadır. 0'ncı mod, faaliyetin normal tamamlanma süresi olan 7 haftada tamamlanma durumunu ifade etmektedir. 1 numaralı mod,  $a$  faaliyetinin 1 birim kısaltılması durumunu ifade etmekte ve bu durumda faaliyetin normal süresi olan 7 haftadan 6 haftaya hızlandırma maliyeti 15 birim olmaktadır. Benzer şekilde 2 numaralı mod,  $a$  faaliyetinin 2 birim kısaltılması durumunu ifade etmekte ve bu durumda  $a$  faaliyetinin normal süresi olan 7 haftadan 5 haftaya hızlandırma maliyeti 30 birim olarak gerçekleşmektedir.

Bundan sonraki bölümlerde, miat kısıtlı ve bütçe kısıtlı çok modlu önleme modelleri geliştirilecektir.



Şekil 4 Çok modlu (faaliyet süresi ve maliyet ilişkisinin kesikli olduğu) örnek proje şebekesi

### 3.2.1.5.1 Miat Kısıtlı Çok Modlu Önleme

Model-2.a'ya karşılık gelen ve projenin maliyetini minimize eden Model-2.  $\hat{a}$ , aşağıdaki şekilde modellenebilir.

#### Model-2. $\hat{a}$ Miat Kısıtlı Çok Modlu Model

##### İndisler ve Setler

$K$  faaliyet modları  $1, 2, \dots, K$

##### Parametreler

$c_{ik}$   $i$  faaliyetinin  $k$  modunun maliyeti

$t_{ik}$   $i$  faaliyetinin  $k$  modunun süresi



### Karar Değişkenleri

$s_i$   $i$  faaliyetinin başlama zamanı

$x_{ik}$   $i$  faaliyetinin  $k$  modunun seçilip seçilmediği

### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Min } \sum_{i,k} c_{ik} x_{ik} \quad (215)$$

$$s_j - s_i \geq \sum_{i,k} t_{ik} x_{ik} \quad \forall (i,j) \in A \quad (216)$$

$$\sum_k x_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (217)$$

$$s_{n+1} \leq D \quad (218)$$

$$s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (219)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i,k \quad (220)$$

Model-2.  $\hat{a}$ 'daki amaç fonksiyonu (215), projenin belirlenen miat için en düşük hızlandırma maliyetini bulmaktadır. (216) numaralı kısıt seti, birbirini takip eden faaliyetler arasında, faaliyetlerin seçilen modlarına uygun şekilde, olması gereken süre kadar fasıla bırakılmaktadır. (217) numaralı kısıt kümesi ile, faaliyetlerin her biri için mutlaka bir mod belirlenmekte, böylece her faaliyetin süre ve maliyeti seçilmiş olmaktadır. (218) numaralı kısıt, proje için belirlenen miat kısıdıdır. (219) ve (220) numaralı kısıtlar, değişken tanımlama ile ilgili kısıtlardır.

Miat kısıtlı çok modlu önleme modeli, Model 2.  $\hat{a}$  .I, iki katmanlı olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

### Model-2. $\hat{a}$ .I İki Seviyeli Miat Kısıtlı Çok Modlu Önleme Modeli

#### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max Min } \sum_{i,k} c_{ik} x_{ik} \quad (221)$$

$$y_i \in \Omega \quad s_j - s_i \geq (\sum_{i,k} t_{ik} x_{ik}) + d_i y_i \quad \forall (i,j) \in A \quad (222)$$

$$\sum_k x_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (223)$$

$$s_{n+1} \leq D \quad (224)$$

$$s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (225)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i,k \quad (226)$$

Burada  $\Omega \equiv \{y_i \mid y_i \in \{0,1\} \quad \forall i, \sum_i r_i y_i \leq R\}$  dir.

Model-2.  $\hat{a}$  .I'daki amaç fonksiyonu (221), projenin tamamlanması için proje yöneticisi tarafından ödenmesi gereken maliyeti ifade etmektedir. Bu maliyet önleyen tarafından uygun bir  $y$  stratejisi ile maksimize edilmeye çalışılmaktadır. Önleyenin her bir faaliyet için uygulayacağı gecikme miktarı, (222) numaralı kısıta ilave edilmiştir.

### 3.2.1.5.2 Bütçe Kısıtlı Çok Modlu Önleme

Model 2.b'ye karşılık gelen ve projenin tamamlanma süresini minimize eden Model 2.  $\hat{b}$  , aşağıdaki şekilde modellenenir.

## Model-2. $\hat{b}$ Bütçe Kısıtlı Çok Modlu Model

### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Min } s_{n+1} \quad (227)$$

$$s_j - s_i \geq (\sum_{i,k} t_{ik} x_{ik}) \quad \forall (i,j) \in A \quad (228)$$

$$\sum_k x_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (229)$$

$$\sum_{i,k} c_{ik} x_{ik} \leq B \quad (230)$$

$$s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (231)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i,k \quad (232)$$

Model-2.  $\hat{b}$ 'de amaç fonksiyonu (227) proje tamamlanma süresini ifade etmektedir. (228) numaralı kısıtlar, birbirini takip eden faaliyetler arasında, olması gereken süreyi, (229) numaralı kısıtlar ise, faaliyetlerin her birisi için mutlaka bir mod seçilmesini ifade etmektedir. (230) numaralı kısıt projenin hızlandırılması için elde bulunan kaynak miktarını belirtmektedir. (231) ve (232) numaralı kısıtlar değişken tanımlamasına ait kısıtlardır.

Bütçe kısıtlı çok modlu önleme modeli, Model 2.  $\hat{b}$  .1, iki katmanlı olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

## Model-2. $\hat{b}$ .1 İki Seviyeli Bütçe Kısıtlı Çok Modlu Önleme Modeli

### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max Min } s_{n+1} \quad (233)$$

$$y_i \in \Omega \quad s_j - s_i \geq (\sum_{i,k} t_{ik} x_{ik}) + d_i y_i \quad \forall (i,j) \in A \quad (234)$$

$$\sum_k x_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (235)$$

$$\sum_{i,k} c_{ik} x_{ik} \leq B \quad (236)$$

$$s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (237)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i,k \quad (238)$$

Burada  $\Omega \equiv \{y_i \mid y_i \in \{0,1\} \quad \forall i, \sum_i r_i y_i \leq R\}$ 'dir.

Model-2.  $\hat{b}$  .1'da amaç fonksiyonu (233), projenin tamamlanma süresini ifade etmektedir. Bu süre önleyen tarafından uygun bir  $y$  stratejisi ile maksimize edilmeye çalışılmaktadır. Önleyenin her bir faaliyet için uygulayacağı gecikme miktarı (234) numaralı kısıta ilave edilmiştir.

Elde edilen iki katmanlı modellerde (Model-2.  $\hat{a}$  ve Model-2.  $\hat{b}$ ), iç modeller tam sayılı modeller olduğundan ve doğrusal gevşetmeleri çözüldüğünde tamsayı değerler elde etmek mümkün olmadığından, daha önce yapıldığı şekilde,  $y_i$  sabit düşünülerek içerideki modelin dualinin alınması suretiyle, tek katmanlı hale getirmek mümkün değildir. Bu nedenle, farklı bir çözüm yöntemi geliştirilmesine ihtiyaç bulunmaktadır. Böyle durumlarda, literatürde ayrıştırma tekniği kullanılmaktadır. Burada da, benzer bir yaklaşım uygulanacak ve problem, proje sahibi ve

önleyen açısından oluşturulacak iki modelle çözülecektir. Ayrıştırma Algoritması, bütçe kısıtlı model için geliştirilecektir. Geliştirilen algoritma, küçük değişikliklerle, miat kısıtlı model için uyarlanabilir.

### 3.2.1.5.3 Çok Modlu Önleme Problemleri İçin Ayrıştırma Algoritması

Ayrıştırma algoritması, Model-2.  $\hat{b}$  esas alınarak geliştirilecektir. Bu maksatla, iki katmanlı model, önleyen ve proje yöneticisi için ayrıştırılarak iki farklı model olarak tanımlanacaktır. Önleyenin modeli ana model, proje yöneticisinin modeli ise alt model olarak ifade edilecektir. Algoritmanın temelinde, alt model ve ana modelin karşılıklı olarak çözülmesi yatmaktadır. Proje yöneticisinin alt modeli ile elde ettiği çözüme karşılık, önleyen ana model ile optimal bir çözüm elde eder. Aynı şekilde, önleyen optimal hareket tarzına karşılık, proje yöneticisi optimal bir çözüm elde eder. Algoritma, ana model ve alt modelin karşılıklı olarak çözülmesinden elde edilen alt ve üst sınır amaç fonksiyon değerleri eşit olunca sonlandırılır.

Proje yöneticisinin tek bir hareket tarzına karşılık olarak optimal çözüm üretecek önleyen ana modeli, aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

#### Ana Model-NLP: Proje Yöneticisinin Spesifik Bir Kararına Karşılık Önleyene Ait Doğrusal Olmayan Önleme Modeli

##### Parametreler

$\tilde{x}_{ik}$  Proje yöneticisinin spesifik bir kararı sonucu olarak,  $i$  faaliyetinin  $k$  modunun seçilip seçilmediği (Alt model tarafından belirlenmektedir).

##### Karar Değişkenleri

$w_{ij}$   $(i,j)$  ayrıtının önleme yapılmak suretiyle elde edilmiş en uzun yol üzerinde bulunup bulunmadığı

##### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \sum_{(i,j,k)} t_{ik} \tilde{x}_{ik} w_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} d_i y_i w_{ij} \quad (239)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} x_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} x_{ij} = -1 \quad i = 0 \quad (240)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} x_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} x_{ij} = 0 \quad i \neq (n+1) \text{ ve } 0 \quad (241)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} x_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad i = (n+1) \quad (242)$$

$$\sum_i r_i y_i \leq R \quad (243)$$

$$w_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A \quad (244)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (245)$$

Ana Model-NLP, proje sahibinin  $\tilde{x}$  ile ifade edilen belli bir stratejisine karşılık, projenin tamamlanma süresini maksimize edecek en uygun  $y$  stratejisini bulma imkânı tanımaktadır.

Ana Model-NLP, doğrusal olmayan bir yapıdadır ancak daha önce yapıldığı şekilde uygulanan dönüşümler ile doğrusal hale getirilebilir.

## Ana Model: Proje Yöneticisinin Spesifik Bir Kararına Karşılık Önleyene Ait Önleme Modeli

### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \sum_{(i,j,k)} t_{ik} \tilde{x}_{ik} w_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} d_i \gamma_{ij} \quad (246)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} x_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} x_{ij} = -1 \quad i = 0 \quad (247)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} x_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} x_{ij} = 0 \quad i \neq (n+1) \text{ ve } 0 \quad (248)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} x_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad i = (n+1) \quad (249)$$

$$\sum_i r_i y_i \leq R \quad (250)$$

$$\gamma_{ij} \leq y_i \quad \forall i, j \quad (251)$$

$$\gamma_{ij} \leq w_{ij} \quad \forall i, j \quad (252)$$

$$\gamma_{ij} \leq y_i + w_{ij} - 1 \quad \forall i, j \quad (253)$$

$$w_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A \quad (254)$$

$$\gamma_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A \quad (255)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (256)$$

Ana model, proje yöneticisinin tek bir kararını dikkate alarak çözüm üretir. Ancak modelin, proje yöneticisinin tüm hareket tarzlarını dikkate alacak şekilde bir çözüm üretmesi gerekir. Buna göre, Ana Model, aşağıdaki şekilde yeniden tanımlanabilir.

### Ana Model (Önleyene Ait Genel Model)

#### İndis ve Setler

*I* Proje yöneticisinin muhtemel hareket tarzları 1,2,.....,L (Burada proje yöneticisinin hareket tarzları esas alınmakta, önleyen proje yöneticisinin belirlediği *I* hareket tarzına karşılık kendisi için en uygun olan hareket tarzını seçmektedir. Proje yöneticisine ait spesifik bir hareket tarzı tırnak içinde, 'l', ifade edilmiştir. )

#### Parametreler

$\tilde{x}_{ikl}$  proje yöneticisinin spesifik bir *I* kararının sonucu olarak, *i* faaliyetinin *k* modunun seçilip seçilmediği (bu parametre alt model tarafından bulunmaktadır).

#### Karar Değişkenleri

$w_{ijl}$  Proje yöneticisinin *I* hareket tarzına karşı önleyenin modelinde  $w_{ij}$  değişkeninin aldığı değer. (proje yöneticisinin *I* hareket tarzını seçmesi durumunda, *i-j* ayrımının önleme yapılmak suretiyle elde edilmiş en uzun yol üzerinde bulunup bulunmadığı).

$\gamma_{ijl}$  Proje yöneticisinin *I* hareket tarzına karşı önleyenin modelinde  $\gamma_{ij}$  değişkeninin aldığı değer.

### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } Z = \sum_{(i,j,k)} t_{ik} \tilde{x}_{ikl} w_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} d_i \gamma_{ij} \quad (257)$$

$$Z \leq \sum_{(i,j,k)} t_{ik} \tilde{x}_{ikl} w_{ijl} + \sum_{(i,j) \in A} d_i \gamma_{ijl} \quad \forall l \quad (258)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} x_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} x_{ij} = -1 \quad i = 0 \quad (259)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} x_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} x_{ij} = 0 \quad i \neq (n+1) \text{ ve } 0 \quad (260)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} x_{ji} - \sum_{j|(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad i = (n+1) \quad (261)$$

$$\sum_i r_i y_i \leq R \quad (262)$$

$$\gamma_{ij} \leq y_i \quad \forall i, j \quad (263)$$

$$\gamma_{ij} \leq w_{ij} \quad \forall i, j \quad (264)$$

$$\gamma_{ij} \leq y_i + w_{ij} - 1 \quad \forall i, j \quad (265)$$

$$w_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A \quad (266)$$

$$\gamma_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A \quad (267)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (268)$$

Ana modelde amaç fonksiyonu (257) en uzun yolun uzunluğu olarak proje tamamlanma süresini ifade etmekte ve bu süre önleyen tarafından maksimize edilmektedir. (258) numaralı kısıt optimal çözümün proje yöneticisinin her bir stratejisine karşı geliştirilmiş en iyi (maksimum) çözümler içinde en küçük olanı olarak (minimaks) seçilmesini sağlayacaktır. (259),(260),(261) numaralı kısıtlar en uzun yolun seçiminde kullanılan denge kısıtlarıdır. (262) numaralı kısıt önleyenin toplam kaynak miktarına ilişkin kısıttır. (263)-(265) numaralı kısıtlar, doğrusallaştırma için kullanılan kısıtlardır. (266)-(268) numaralı kısıtlar değişken tanımlama kısıtlarıdır.

Ana modeldeki (258) numaralı kısıt setinde, teorik olarak faaliyetlerin mod sayılarının çarpımı kadar farklı hareket tarzı ve buna karşılık farklı kısıt mevcuttur. Bütün bu kısıtların hepsini kullanarak çözüm üretilmesi durumunda optimal çözüme ulaşmak mümkün olacaktır. Ancak, nispeten küçük projelerde bile bu uygulanabilir bir yöntem değildir.  $n$  faaliyeti olan ve her bir faaliyetin  $k$  farklı moda sahip olduğu bir projede,  $k^n$  adet kısıt olacaktır. Bu kısıtları Benders kesimleri gibi mantıklı bir yöntemle üreterek, tamamını kullanmaya gerek kalmadan çözüm geliştirmek mümkündür. Bu kısıtlar, geliştirilecek bir alt modelle üretilebilir. Bu kapsamda, proje yöneticisinin hareket tarzlarını belirleyecek alt model, aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

### Alt Model: Proje Yöneticisinin Modeli

#### Parametreler

$\tilde{y}_i$  Önleyenin spesifik bir kararı sonucu olarak,  $i$  faaliyetinin önlenip önlenmediği (bu parametre ana model tarafından bulunmaktadır).

## Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Min } s_{n+1} \quad (269)$$

$$s_j - s_i \geq (\sum_{i,k} t_{ik} x_{ik}) + d_i \tilde{y}_i \quad \forall (i,j) \in A \quad (270)$$

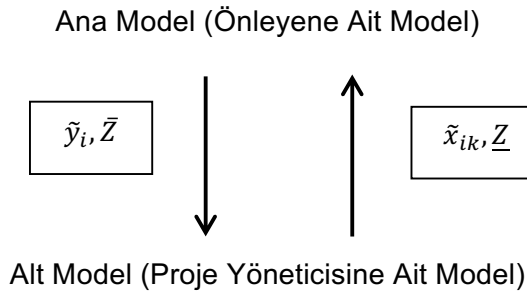
$$\sum_k x_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (271)$$

$$\sum_{i,k} c_{ik} x_{ik} \leq B \quad (272)$$

$$s_i \geq 0 \quad \forall i \quad (273)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i,k \quad (274)$$

Alt model, önleyenin spesifik bir kararına bağlı olarak,  $\tilde{y}_i$  ile ifade edilen her bir faaliyetin önlenip önlenmediğine ilişkin bilginin mevcut olması durumunda, proje yöneticisi için optimal hareket tarzını belirlemektedir. Amaç fonksiyonu (269), projenin minimum tamamlanma süresini ifade etmektedir. (270) numaralı kısıtta önleme süresi, eşitsizliğin sağ tarafına önleyenin spesifik bir kararına bağlı olarak ilave edilmiştir. (271) numaralı kısıt her bir faaliyet için mod seçimini garanti etmektedir. (272) numaralı kısıt proje yöneticisinin sahip olduğu toplam bütçeye ilişkin kısıttır. (273) ve (274) numaralı kısıtlar değişken tanımlama kısıtlarıdır.



**Şekil 5 Ana Model ve Alt Modelin Kullanımı**

Ana model ve alt model, Şekil 5'te gösterildiği şekilde, karşılıklı olarak çözülmek suretiyle çözüm elde edilebilir. Ancak her bir model diğerinden gelecek spesifik bir karara dayalı olarak bir çözüm üretmektedir. Önleyene ait ana model, proje yöneticisine ait alt modelle belirlenen kararlara göre çözüm üretmektedir. Her defasında alt modelle üretilen hareket tarzı ana modele bir satır olarak ilave edilmekte ve böylece satır türetme (row generation) yapılmaktadır. Burada amaç mümkün olduğunca az satır türeterek çözüme ulaşmaktır. Benzer şekilde, proje yöneticisine ait alt model, önleyene ait ana modelle belirlenen karara göre bir çözüm üretmektedir.

Model-2.  $\hat{b}$ .1, Ana Model ve Alt Model amaç fonksiyon değerleri, sırasıyla,  $Z, Z_1$  ve  $Z_2$  olsun. Ana model tarafından bulunan bir  $Z_1$  değeri, proje yöneticisinin muhtemel birçok kararından sadece bir kısmını dikkate alarak üretilmiş olacağından  $Z_1$  için bir üst sınırdır ( $\bar{Z}_1$ ). Ana model her defasında gevşetilmiş bir şekilde çözülmüş olacağından, önleyen bundan daha iyi (büyük) bir çözüm elde edemez. Proje yöneticisi kendi hamleleri ile bu değeri düşürmeye çalışır. Alt

model tarafından bulunan bir  $Z_2$  değeri, önleyenin muhtemel birçok kararından sadece birine göre bir çözüm üreteceğinden  $Z_2$  için bir alt sınırdır ( $\underline{Z}_2$ ). Alt model de yine her defasında gevşetilmiş olarak çözülmüş olacağından, proje yöneticisi bundan daha iyi (küçük) bir çözüm elde edemez. Önleyen kendi hamleleri ile bu değeri daha yukarı çekmeye çalışır. Sonuç olarak, optimal  $Z$  değeri ( $Z^*$ ) için  $\bar{Z}_1$ 'in bir üst sınır ( $\bar{Z}$ ),  $\underline{Z}_2$ 'nin ise bir alt sınır ( $\underline{Z}$ ) teşkil etmektedir. Aşağıda bu özelliği kullanan ve her defasında ana model için bir kesi (sıra) türeterek optimal çözüme yakınsamayı mümkün kılacak bir algoritma geliştirilmiştir.

### Algoritma 1: Model-2. $\hat{b}$ . I İçin Ayrıştırma Algoritması

$l$  Proje yöneticisinin hareket tarzları (1,2,3, ..... ) (Bu değer aynı zamanda algoritmanın tekrar sayısıdır. Algoritma proje yöneticisinin olabildiğince kısıtlı miktarda hareket sayısını kullanarak optimal çözüm üretmeye çalışmaktadır.)

$\varepsilon$   $\bar{Z}$  ve  $\underline{Z}$  arasındaki göreceli fark (gap)

**Başlangıç:** Ana Model ve Alt Modele ait verileri oku.

$$\tilde{y}_i = 0 \forall i, \bar{Z} \leftarrow \infty, \underline{Z} \leftarrow -\infty, l = 0$$

**Adım-1:** Alt Modeli çöz ve proje yöneticisinin uygun hareket tarzı olarak  $\tilde{x}$  vektörünü bul.

$$l = l + 1$$

$$\tilde{x}_{ikl} = x_{ik} \quad \forall i, k$$

$$\text{Eğer } Z_2 > \underline{Z} \text{ ise } \underline{Z} = Z_2$$

**Adım-2:** Ana Modeli çöz ve proje yöneticisinin  $l$  stratejisine karşılık önleyenin uygun hareket tarzı olarak  $\tilde{y}$  vektörünü bul.

$$w_{ijl} = w_{ij} \quad \forall i, j$$

$$\gamma_{ijl} = \gamma_{ij} \quad \forall i, j$$

$$\tilde{y}_i = y_i \quad \forall i$$

$$\text{Eğer } Z_1 < \bar{Z} \text{ ise } \bar{Z} = Z_1$$

**Adım-3:** Ana model için bir sonraki tekrarda kullanılmak üzere bir kısıt türet.

$$Z \leq \sum_{(i,j,k)} t_{ik} \tilde{x}_{ikl} w_{ijl} + \sum_{(i,j) \in A} d_i \gamma_{ijl}$$

**Adım-4:** Optimalite testi uygula.

$$\text{Eğer } \bar{Z} - \underline{Z} \leq \varepsilon \text{ ise } \mathbf{Adım} - 5' \text{ e git, değilse } \mathbf{Adım} - 1' \text{ e git.}$$

**Adım-5:** Algoritmayı sonlandır.

$$Z^* = \bar{Z}$$

$$x^* = \tilde{x}$$

$$y^* = \tilde{y}$$

### 3.2.1.6 Yenilenebilir Kaynak Kullanımı Durumunda Önleme

Yukarıdaki modellerde, proje yöneticisi açısından bir projede maliyet/kaynak konusu ele alındığında, yenilenemeyen (non-renewable) bir kaynak olarak para esas alınmıştır. Ancak gerçek hayatta, paranın dışında kullandığımız insan, makina, teçhizat gibi yenilenebilir (renewable) kaynaklar da karşımıza çıkmaktadır. Bu tür kaynakların varlığında, bir faaliyette kullanılan insan, makine veya teçhizat, başka bir faaliyette de kullanılabilir. Bu bölümde, yenilenebilir kaynakların olması durumunda önleme problemi ele alınacaktır.

#### 3.2.1.6.1 Proje Yöneticisinin Yenilenebilir Kaynak Modelleri

Yenilenebilir kaynakların olması durumunda, eldeki kullanılabilir kaynak durumuna göre, belli bir zamanda, bir faaliyet ya başlatılabilecek ya da devam eden faaliyetlerin bitiminde açığa çıkacak yeterli miktarda kaynak için sırasını bekleyecektir. Tek tip kaynağın (örneğin insan) olduğunu ve projenin mümkün olan en kısa tamamlanma süresi içinde, bu kaynağın maksimum kullanımını minimize etmeye çalıştığımızı varsayalım. Bu durumda, iki amaçlı doğrusal olmayan bir model oluşturulabilir. Modeldeki amaç fonksiyonlarından biri, projenin son faaliyeti olan (n+1) faaliyetinin tamamlanma süresini, dolayısıyla da projenin tamamlanma süresini minimize ederken, diğeri de proje süresince her bir zaman diliminde ( $\tau$ ) kullanılan maksimum toplam yenilenebilir kaynağı minimize edecektir. Doğrusal olmayan, iki amaçlı model aşağıdaki şekilde verilebilir.

#### Model 6N. İki Amaç Fonksiyonlu, Doğrusal Olmayan, Yenilenebilir Kaynak Modeli

##### İndisler ve Setler

$i, j$	faaliyetler	$0, 1, 2, \dots, ((n+1)=T)$
$\tau$	zaman	$0, 1, 2, \dots, \bar{\tau}$ ( $\bar{\tau}$ , projenin bitim süresi için bir üst sınırdır)
$A$	Ayrıt kümesi (hemen öncü ilişkisi olan faaliyet çiftleri kümesi)	$\{(0, 1), (0, 2), \dots, (n, n+1)\}$

##### Parametreler

$t_i$	$i$ faaliyetinin süresi
$r_i'$	$i$ faaliyeti için gerekli yenilenebilir kaynak miktarı
$\varepsilon$	çok küçük pozitif bir sayı

##### Karar Değişkenleri

$v$	proje süresince kullanılan maksimum kaynak miktarı
$x_{i\tau}$	$i$ faaliyeti $\tau$ zamanda tamamlanırsa 1, tamamlanamaz ise 0

##### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Min } \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau \cdot x_{(n+1), \tau} \quad (275)$$

$$\text{MinMax}_{\tau} \sum_i \sum_{\tau}^{\tau+t_i-1} r_i' x_{i, \tau} \quad (276)$$



$$\sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} x_{i,\tau} = 1 \quad \forall i \quad (277)$$

$$\sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau \cdot x_{j,\tau} - \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau \cdot x_{i,\tau} \geq t_j \quad \forall (i,j) \in A \quad (278)$$

$$x_{i\tau} \in \{0,1\} \quad (279)$$

İlk amaç fonksiyonu (275), projenin son faaliyeti olan (n+1) faaliyetinin tamamlanma süresini, dolayısıyla da projenin tamamlanma süresini minimize etmektedir. İkinci amaç fonksiyonu (276) ise, proje süresince her bir zaman diliminde ( $\tau$ ) kullanılan maksimum toplam yenilenebilir kaynağın, minimize edilmesini ifade etmektedir. (276) numaralı ifadede, belli bir  $\tau$  zamanı ve  $i$  faaliyeti için, " $\sum_{\tau}^{\tau+t_i-1} r'_i x_{i,\tau}$ " terimi,  $\tau$  zamanında,  $i$  faaliyeti için kullanılan yenilenebilir kaynak miktarını ifade etmektedir.  $\tau = 0$  zaman diliminde kullanılan kaynak miktarı her zaman "0" olarak kabul edilmelidir. Burada dikkat edilmesi gereken bir konu da, toplamın,  $\tau$  zaman diliminden başlayarak ( $\tau$  zaman dilimi dâhil), ( $t_i - 1$ ) kadar ötesini ( $\tau + t_i - 1$ ) kapsamasıdır. Bir faaliyete ilişkin kaynağın,  $\tau$  zaman diliminde kullanılıp kullanılmaması, bu faaliyetin  $\tau$  zaman diliminde veya  $\tau$ 'ya ( $t_i - 1$ ) kadar yakın bir zamanda tamamlanıp tamamlanmamasıyla belirlenmektedir. Burada yapılan şey aslında,  $\tau$  zaman diliminde faaliyetin icra edilip edilmediğini kontrolden ibarettir. Eğer faaliyet, toplamın yapıldığı zaman aralığında [ $\tau, (\tau + t_i)$ ) tamamlanıyorsa,  $\tau$  zaman diliminde faaliyet icra edilmektedir ve faaliyete ilişkin kaynak bu zaman diliminde kullanılmaktadır. Örneğin;  $\tau = 4$  zaman diliminde tamamlanan, 2 zaman birimi kadar süre gerektiren ve 5 işçi ile icra edilen bir a faaliyeti,  $\tau = 3$  ve  $\tau = 4$  zaman dilimlerinde icra edilmiş olacağından, bu zaman dilimlerinde a faaliyeti için 5'er işçiye ihtiyaç duyulacaktır. (277) numaralı kısıt, her bir faaliyetin proje zaman üst limiti olan  $\bar{\tau}$  içerisinde tamamlanmasını sağlamaktadır. Projenin bitmesi için bütün faaliyetlerin tamamlanması gerekmektedir. Hayali faaliyetler olan s ve t faaliyetlerinin icra edilmesi veya tamamlanması da modelde bulunmakta ve yine projenin başlangıç ve bitiş zamanlarını ifade etmektedir. (278) numaralı kısıt ise, "j" faaliyetinin tamamlanma süresi ile "i" faaliyetinin tamamlanma süresi arasındaki farkın en az "j" faaliyetinin süresi olan  $t_j$  kadar olmasını sağlamaktadır. (279) numaralı kısıt seti, karar değişkenlerini tanımlamaktadır.

İkinci amaç fonksiyonu (276), doğrusal yapıda değildir ancak amaç fonksiyonu (276) yerine, (280) ve (281) eklenerek, model doğrusal hale getirilebilir.

$$\text{Min } v \quad (280)$$

$$v \geq \sum_i \sum_{\tau}^{\tau+t_i-1} r'_i x_{i,\tau} \quad \forall \tau \quad (281)$$

İki amaçlı model, daha önceki bölümlerde yapıldığı şekilde tek amaçlı hale getirilebilir. Projede kullanılan maksimum kaynak miktarı  $\epsilon$  gibi çok küçük pozitif bir sayıyla çarpılarak projenin tamamlanma süresine (282)'deki şekilde eklenirse, proje tamamlanma süresi öncelikli hâle getirilmiş olur ve tek bir amaç fonksiyonu elde edilir.

$$\text{Min } \varepsilon \cdot v + \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau \cdot x_{(n+1),\tau} \quad (282)$$

Anılan değişikliklerle elde edilen proje yöneticisinin nihai modeli, Model 6, aşağıda sunulmuştur.

### Model 6. Proje Yöneticisinin Yenilenebilir Kaynak Modeli

#### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Min } \varepsilon \cdot v + \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau \cdot x_{(n+1),\tau} \quad (283)$$

$$\sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} x_{i,\tau} = 1 \quad \forall i \quad (284)$$

$$\sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau \cdot x_{j,\tau} - \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau \cdot x_{i,\tau} \geq t_j \quad \forall (i,j) \in A \quad (285)$$

$$v \geq \sum_i \sum_{\tau}^{\tau+t_i-1} r'_i x_{i,\tau} \quad \forall \tau \quad (286)$$

$$x_{i\tau} \in \{0, 1\} \quad \forall i, \tau \quad (287)$$

$$v \geq 0 \quad (288)$$

Model 6 için de, Model-2 ve Model-3'te yapıldığı şekilde, kaynak kısıtlı veya miat kısıtlı modeller geliştirilebilir.

Proje yöneticisinin, projenin belli miatlara ( $D$ ) göre, ne kadar yenilenebilir kaynak kullanılarak yürütülebileceği konusunda bir öngörü sahibi olmasını sağlayacak bir model, Model-4.a aşağıda verilmiştir.

### Model 6.a Proje Yöneticisinin Miat Kısıtlı Yenilenebilir Kaynak Modeli

#### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Min } v + \varepsilon \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau \cdot x_{(n+1),\tau} \quad (289)$$

$$\sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} x_{i,\tau} = 1 \quad \forall i \quad (290)$$

$$\sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau \cdot x_{j,\tau} - \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau \cdot x_{i,\tau} \geq t_j \quad \forall (i,j) \in A \quad (291)$$

$$v \geq \sum_i \sum_{\tau}^{\tau+t_i-1} r'_i x_{i,\tau} \quad \forall \tau \quad (292)$$

$$\sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau \cdot x_{(n+1),\tau} \leq D \quad (293)$$

$$x_{i\tau} \in \{0, 1\} \quad \forall i, \tau \quad (294)$$

$$v \geq 0 \quad (295)$$

Model 6.a'da, (293) numaralı kısıt ile proje tamamlanma süresi bir  $D$  parametresi ile sınırlandırılmıştır. Model kullanılan kaynak ve proje tamamlanma süresi açısından etkin bir çözüm verecektir.

Bazı durumlarda eldeki yenilenebilir kaynak miktarı sınırlıdır ve bu sınırlı kaynağa göre hareket edilmesi gerekir. Belli yenilenebilir kaynak kısıtı altında projenin tamamlanma süresini bulan bir model, Model-4.b, aşağıda sunulmuştur.

### Model 6.b Proje Yöneticisinin Kaynak Kısıtlı Yenilenebilir Kaynak Modeli

#### Parametreler

$R'$  eldeki toplam yenilenebilir kaynak miktarı

### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Min } \varepsilon v + \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau x_{(n+1),\tau} \quad (296)$$

$$\sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} x_{i,\tau} = 1 \quad \forall i \quad (297)$$

$$\sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau x_{j,\tau} - \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau x_{i,\tau} \geq t_j \quad \forall (i,j) \in A \quad (298)$$

$$v \geq \sum_i \sum_{\tau}^{\tau+t_i-1} r'_i x_{i,\tau} \quad \forall \tau \quad (299)$$

$$v \leq R' \quad (300)$$

$$x_{i\tau} \in \{0,1\} \quad \forall i, \tau \quad (301)$$

$$v \geq 0 \quad (302)$$

Model 6.b'de, (300) numaralı kısıt ile kullanılabilir toplam yenilenebilir kaynak miktarı sınırlandırılmıştır. Model 6.b de, kullanılan kaynak ve proje tamamlanma süresi açısından etkin bir çözüm üretecektir.

### 3.2.1.6.2 Yenilenebilir Kaynak Önleme Modelleri

Model 6'yı esas alan önleme modeli, aşağıdaki verilmiştir. Miat kısıtlı ve kaynak kısıtlı önleme modelleri, aynı şekilde ifade edilebilir.

#### Model 6.I. İki Seviyeli Yenilenebilir Kaynak Önleme Modeli

##### Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar

$$\text{Max } \text{Min } \varepsilon v + \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau x_{(n+1),\tau} \quad (303)$$

$$y_i \in \Omega \quad \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} x_{i,\tau} = 1 \quad \forall i \quad (304)$$

$$\sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau x_{j,\tau} - \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau x_{i,\tau} \geq t_j + d_j y_j \quad \forall (i,j) \in A \quad (305)$$

$$v \geq \sum_i \sum_{\tau}^{\tau+t_i-1} r'_i x_{i,\tau} \quad \forall \tau \quad (306)$$

$$x_{i\tau} \in \{0,1\} \quad \forall i, \tau \quad (307)$$

$$v \geq 0 \quad (308)$$

Burada  $\Omega \equiv \{y_j \mid y_j \in \{0,1\} \quad \forall j, \sum_j r_j y_j \leq R\}$ 'dir.

Model 6.I'da içerideki model proje sahibinin modelidir ve önleyen tarafından bu model maksimize edilmeye çalışılmaktadır. Görüldüğü üzere (305) numaralı kısıtta faaliyet sürelerini ifade eden  $t_j$  parametresi,  $j$  faaliyetinin önlenip önlenmemesine bağlı olarak " $d_j y_j$ " kadar artabilmektedir. Önleyen,  $\Omega$  ile tanımlanan kümedeki hareket tarzlarına göre önleme planını seçmek durumundadır.

Model 6.I da, çok modlu önleme probleminde olduğu gibi, kesikli bir yapıya sahiptir. Bu nedenle, dual alma işlemi ile iki seviyeli modelin hazır paket programları ile çözülebilecek şekilde tek seviyeli hale getirilmesi mümkün değildir. Ancak Bölüm 3.2.1.5.3'te olduğu gibi, bir ayrıştırma algoritması geliştirilebilir.

### 3.2.1.6.3 Yenilenebilir Kaynak Önleme Problemleri İçin Ayrıştırma Algoritması

Modelin çözümü için Benders Ayrıştırmasına benzer bir algoritma geliştirilmiştir. Ana Model ve Alt Model, sırasıyla, önleyicinin ve proje yöneticisinin hareket tarzlarını temsil edecek şekilde düzenlenmiştir. Algoritma, Alt Model ile bir çözüm bulunması ile başlar. Alt model ile elde edilen proje yöneticisinin hareket tarzı Ana Modele girdi olarak verilerek, önleyici için optimal hareket tarzı elde edilir. Bu hareket tarzına karşılık, Ana Modele bir kesi eklenir. Algoritma, proje yöneticisi ve önleyicinin karşılıklı olarak optimal hareket tarzlarının belirlenmesi şeklinde, amaç fonksiyon değerleri eşit oluncaya kadar devam eder. Aşağıda Alt Model ve Ana Model verildikten sonra, algoritmanın işleyişi açıklanmıştır.

#### Alt Model ( $y$ ): Proje Yöneticisinin Modeli

$$\text{Min } \varepsilon v + \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau x_{(n+1),\tau} \quad (309)$$

$$\sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} x_{i,\tau} = 1 \quad \forall i \quad (310)$$

$$\sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau x_{j,\tau} - \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau x_{i,\tau} \geq t_j + d_j y'_j \quad \forall (i,j) \in A \quad (311)$$

$$v \geq \sum_i \sum_{\tau}^{\tau+t_i-1} r'_i x_{i,\tau} \quad \forall \tau \quad (312)$$

$$x_{i\tau} \in \{0,1\} \quad \forall i, \tau \quad (313)$$

$$v \geq 0 \quad (314)$$

#### Ana Model ( $x',v$ ): Önleyicinin Modeli

$$\max_{y \in \Omega} z \quad (315)$$

$$\text{s.t. } z \leq \varepsilon \vartheta' + \sum_{\tau=0}^{\bar{\tau}} \tau x'_{(n+1),\tau} + \sum_{j,\tau=0}^{\bar{\tau}} d_j y_j x'_{i,\tau} \quad x'_{i,\tau} \in X' \quad (316)$$

$$\Omega \equiv \{ y_j \mid y_j \in \{0,1\} \quad \forall j, \sum_j r_j y_j \leq R \} \quad (317)$$

(316) numaralı kısıt Bender kesitidir. Her iterasyonda, bir bir kesit kısıt olarak eklenir. Üst ve alt problemlerin sırası ile üst ve alt sınırları arasındaki fark,  $\theta$  olduğunda algoritma sonlandırılır.

#### Algoritma Y: Yenilenebilir Kaynak Önleme Modeli Ayrıştırma Algoritması

Adım 0:  $X' \leftarrow 0, \underline{z} \leftarrow -\infty, \bar{z} \leftarrow \infty, y' \leftarrow 0$ .

Adım 1: Alt problemi çöz ve  $x'$  ile beraber  $z_{x'}$  değerlerini bul.

$$X' \leftarrow X' \cup x'$$

$$\underline{z} \leftarrow z_{x'}$$

Adım 2: Üst problemi çöz ve  $y$  ile birlikte  $z_{\Omega}$  değerlerini bul.

$$\bar{z} \leftarrow z$$

Adım 3: Eğer  $\bar{z} - \underline{z} > \theta$  Adım 1'e git.

Adım 4:  $y^* \leftarrow y', y^*$  göster ve dur

Algoritma, Benders Ayrıştırma Algoritmasının fizibilite kesiti gerektirmeyen versiyonudur. Ancak bu kesitler, eğer alt problem, belirli  $t \in T$  değerleri için olurlu çıkmaz ise programa eklenebilir.

### 3.2.1.7 PERT Tabanlı Önleme

CPM tabanlı modellerde faaliyet süreleri deterministik olarak kabul edilirken, PERT tabanlı projelerde faaliyet süreleri rassal olarak kabul edilmektedir. PERT'in temel varsayımları şunlardır:

- Faaliyet süreleri birbirinden bağımsızdır.
- Faaliyet süreleri Beta dağılımına uyan rassal değişkenlerdir.
- CPM tarafından beklenen faaliyet süreleri kullanılarak bulunan kritik yol her zaman en kritiktir.
- Kritik yol üzerinde merkezi limit teoreminin uygulanmasına olanak sağlayacak yeterli sayıda faaliyet vardır.

Bu varsayımlar altında projenin tamamlanma süresi normal dağılıma uymakta ve projenin tamamlanması süresine ilişkin olasılık hesaplamaları yapılabilmektedir. PERT tekniğinde, kritik yolun beklenen süreler esas alınarak CPM ile bulunması, çok güçlü bir varsayımdır ve çoğu zaman geçerli olmayabilir.

Bu bölümde, PERT tekniğindeki ana yapı esas alınmak suretiyle, stokastik programlama yaklaşımı ile problem ele alınacak ve önleme modeli geliştirilecektir.

PERT analizinde, faaliyet sürelerine ilişkin üç parametre kullanılmaktadır: iyimser süre (a), kötümser süre (b) ve olabilir süre (m). Tüm faaliyetlerin tamamlanma sürelerinin bu üç süreden biri olacağı düşünülürse, toplam  $3^n$  farklı senaryo (c) gerçekleşebilir. Her bir senaryonun gerçekleşme olasılığı  $prob_c$  olarak tanımlanacaktır. Model 1'i esas alan iki katmanlı önleme modeli Model 7.P aşağıdaki şekilde ifade edilebilir. Model 7.P.'nin Model 1.'dan farkı, modele senaryoların (c indisi) eklenmiş olmasıdır.

#### Model 7.P.I PERT Tabanlı İki Seviyeli Önleme Modeli

$$\text{Max}_{y_i \in \Omega} \text{Min } S_{n+1,c}$$

(162)

$$s_{jc} - s_{ic} \geq t_{ic} + d_i y_{ic} \quad \forall (i,j) \in A, \forall c \quad (318)$$

$$s_{ic} \geq 0 \quad \forall i, \forall c \quad (319)$$

Burada  $\Omega \equiv \{ y_i \mid y_i \in \{0,1\} \quad \forall i, \sum_i r_i y_i \leq R \}$ 'dir.

İçteki modelin duali alındığında ve gerekli değişken dönüşüm işlemleri tamamlanarak doğrusal hale getirildiğinde, Model 8.P.Î, elde edilir.

### Model 8.P.Î PERT Tabanlı Önleme Modeli

$$\mathbf{Max} \sum_{(i,j) \in A,c} \text{prob}_c(t_{ic} w_{ijc} + d_i \gamma_{ijc}) \quad (320)$$

$$\sum_j w_{jic} - \sum_j w_{ijc} \leq 0 \quad i \neq (n+1), \forall c \quad (321)$$

$$\sum_j w_{jic} \leq 1 \quad i = (n+1), \forall c \quad (322)$$

$$\sum_i r_i y_i \leq R \quad \forall i \quad (323)$$

$$\gamma_{ijc} \leq y_i \quad \forall i, j, c \quad (324)$$

$$\gamma_{ijc} \leq w_{ij} \quad \forall i, j, c \quad (325)$$

$$\gamma_{ijc} \geq (y_i + w_{ijc} - 1) \quad \forall i, j, c \quad (326)$$

$$w_{ijc} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, c \quad (327)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (328)$$

$$\gamma_{ijc} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, c \quad (329)$$

Model 8.P.Î, CPLEX ile çözülmüştür. Küçük çaplı problemlerde çözüme ulaşılrken, büyük çaplı problemlerde çözüme ulaşılamamıştır. Bu kapsamda, L-shaped tabanlı bir algoritma geliştirilmiştir. Geliştirilen algoritma aşağıda sunulmuştur.

### Algoritma L. PERT Tabanlı Önleme Modeli İçin L-Shaped Algoritma

İterasyon 1

**Adım 1:**  $r = c = v = 0$  olarak başla.

**Adım 2:**  $v = v + 1$  olarak güncelle ve aşağıdaki doğrusal programı çöz.

$$\mathbf{Max}_{y_i \in \Omega} 0 \cdot y_i \quad (330)$$

$$\sum_i r_i y_i \leq R \quad \forall i \quad (331)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (332)$$

ve  $Q^1 = +\infty$  olarak başla.

Yukarıda çözüm olarak belirlenen  $y_i$  değerlerini kullanarak Adım 3'e geç.

**Adım 3:** Bütün senaryolar için ( $c = 1, \dots, C$ ) aşağıdaki doğrusal programı çöz.

$$\mathbf{Max} \sum_{(i,j) \in A} (t_{ic} w_{ijc} + d_i \gamma_{ijc}) \quad (333)$$

$$\sum_j w_{jic} - \sum_j w_{ijc} \leq 0 \quad i \neq (n+1) \quad (334)$$

$$\sum_j w_{jic} \leq 1 \quad i = (n+1) \quad (335)$$

$$\gamma_{ijc} \leq y_i \quad \forall i, j \quad (336)$$

$$\gamma_{ijc} \leq w_{ij} \quad \forall i, j \quad (337)$$

$$\gamma_{ijc} \geq (y_i + w_{ijc} - 1) \quad \forall i, j \quad (338)$$

$$w_{ijc} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \quad (339)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (340)$$

$$\gamma_{ijc} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \quad (341)$$

Her bir senaryo için bulunan optimal senaryonun karşılığı olan dual değişken  $\prod_c^v$  olsun.

Yukarıdaki model aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\mathbf{Max} \sum_{(i,j) \in A} (t_{ic} w_{ijc} + d_i \gamma_{ijc}) \quad (342)$$

$$\sum_j w_{jic} - \sum_j w_{ijc} \leq 0 + 0 y_i \quad i \neq (n+1) \quad (343)$$

$$\sum_j w_{jic} \leq 1 + 0 y_i \quad i = (n+1) \quad (344)$$

$$\gamma_{ijc} \leq 0 + 1 y_i \quad \forall i, j \quad (345)$$

$$-w_{ij} + \gamma_{ijc} \leq 0 + 0 y_i \quad \forall i, j \quad (346)$$

$$-w_{ij} - \gamma_{ijc} \leq 1 - 1 y_i \quad \forall i, j \quad (347)$$

$$w_{ijc} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \quad (348)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (349)$$

$$\gamma_{ijc} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \quad (350)$$

Yukarıdaki modelde yer alan (175)-(182) arasındaki kısıtları  $W(w_{ijc} + \gamma_{jc}) \leq h_c + T_c * y_i$  şeklinde özetleyebiliriz. Bu gösterim şekli, stokastik modelleme problemlerindeki stokastik kısıt gösterim biçiminin kendisidir. Model bu aşamaya getirildikten sonra L-shaped algoritmasındaki optimal kesi bulunacaktır. Bunun için algoritmada belirtilen ve aşağıda gösterilen hesaplamalar yapılır.

$$E_{c+1} = \sum_{c=1}^C prob_c * (\prod_c^v)^T * T_c \quad (351)$$

$$e_{c+1} = \sum_{c=1}^S prob_c * (\prod_c^v)^T * h_c \quad (352)$$

$$m^v = e_{c+1} - E_{c+1} * y^v \quad (353)$$

Bu durumda,  $Q^v \leq m^v$  olduğunda, optimal çözüm bulunduğundan algoritma sonlandırılır. Aksi durumda, Adım 2'deki (176) numaralı kısıta  $E_{c+1} * y^v + Q^v \leq e_{c+1}$  kısıtı eklenir ve Adım 2'deki problem yeniden çözülür.  $E_{c+1} * y^v + Q^v \leq e_{c+1}$  kısıtı optimal kesi kısıtıdır.

## 4. BULGULAR

Bu bölümde, geliştirilen modeller ile elde edilen bazı sonuçlar örnek problemler üzerinden açıklanacak ve hesaplama sonuçları sunulacaktır. Testler, 1.8 GHz Intel Core 2 Duo işlemcili bilgisayarda, CPLEX 12.1 kullanılarak elde edilmiştir. Modeller ve algoritmalar, GAMS kullanılarak kodlanmıştır.

### 4.1. CPM Tabanlı Projeler

Bilgileri Şekil 1 ve Tablo 1’de sunulan örnek projenin, rakip tarafından Tablo 2’deki veriye uygun olarak maksimum seviyede geciktirmeye çalışıldığını varsayalım. Geciktirme öncesi projenin tamamlanma süresi, 28 haftadır ve kritik yol s-a-e-f-g-t’dir.

Tablo 2 Proje Önleme/Kesme Veri 1

Faaliyet	Geciktirme Süresi/Hafta ( $d_i$ )	Gecikme İçin Gereken Birim Kaynak Miktarı ( $r_i$ )
a(1)	1	1
b(2)	1	1
c(3)	1	1
d(4)	1	1
e(5)	1	1
f(6)	1	1
g(7)	1	1
h(8)	1	1
Geciktirme İçin Eldeki Toplam Kaynak Miktarı (R) = 5 Birim		

Model 1.1 ile problem çözüldüğünde, a, e, f ve g faaliyetlerinin önlendiği ve proje tamamlanma süresinin 28 haftadan 32 haftaya çıktığı görülmüştür. Önlene faaliyetlerin hepsi, CPM modeli ile bulunan kritik yol üzerinde olduğundan, proje süresi bu faaliyetlerdeki toplam önleme miktarı ( $1+1+1+1=4$ ) kadar artmaktadır. Bu durumda proje 32 ( $28+4$ ) haftada tamamlanacak ve projenin kritik yolu s-a-e-f-g-t olarak kalmaya devam edecektir. Önleyici elinde bulundurduğu 5 birimlik kaynağın 4 birimini kullanarak projeyi mevcut şartlarda 4 hafta geciktirebilmiştir. Elde kalan 1 birimlik kaynakla ilave geciktirme söz konusu değildir.

Örnekte, önleme yapılan tüm faaliyetlerin, projede önleme yapılmadan önceki kritik yol üzerinde bulunan faaliyetler olduğu görülmektedir. Ancak bu durum, sadece bu örnek özelinde geçerlidir. Önleyen için Tablo 3’teki veri esas alınarak Model 1.1 çözülmüşse, b, c, e ve g faaliyetlerinin geciktirildiği ve proje tamamlanma süresinin 28 haftadan 33 haftaya çıktığı görülmüştür. b, c ve g faaliyetleri, CPM ile başlangıçta bulunan kritik yol üzerinde olmamasına rağmen geciktirilmiştir.



**Tablo 3 Proje Ait Önleme/Kesme Veri 2**

Faaliyet	Geciktirme Süresi/Hafta ( $d_i$ )	Gecikme İçin Gereken Birim Kaynak Miktarı ( $r_i$ )
a(1)	1	1
b(2)	3	1
c(3)	2	1
d(4)	1	1
e(5)	1	1
f(6)	1	1
g(7)	1	1
h(8)	1	1
Geciktirme İçin Eldeki Toplam Kaynak Miktarı (R) = 5 Birim		

Önleme sonrasında ortaya çıkan yeni kritik yol, başlangıçtaki kritik yoldan farklıdır. Yeni kritik yol,  $w_{ij}$  değerlerine bakılarak bulunabilir. Yeni kritik yol, s-b-c-g-t yoludur. Bu yolun önleme yapılmadan önceki normal süresi 27 hafta iken, önleme 33 hafta olarak bulunmuştur.

Örnekte dikkat çeken bir nokta da, e faaliyetinin yeni kritik yol üzerinde bulunmamasına rağmen önlenmesidir. Bu faaliyetin önlenmesi, aslında önleme yapan tarafa hiçbir katkı sağlamamakta, aksine eldeki kaynağın gereksiz yere kullanılmasına sebep olmaktadır. Modelde nihai amaç projenin geciktirilmesidir. Bu da optimal bir şekilde, projenin 33 haftada tamamlanması ile gerçekleşmektedir ve bunun için e faaliyetinin önlenmesine gerek yoktur. e faaliyetinin geciktirilmesinin, proje tamamlanma süresine etkisinin olmayışı, aslında alternatif çözüm varlığını da ortaya koymaktadır. Ayrıca, önleyen açısından bulunan çözümün her ne kadar optimal olsa da kaynak kullanımı açısından etkin olmadığını göstermektedir.

Önleyicinin gereksiz kaynak kullanımının önüne geçecek şekilde bir çözüm elde etmenin mümkün olup olmadığını görmek için, Model 1.İ.E kullanılmıştır. Çözümde, projenin b, c ve g faaliyetlerinin önlendiği ve proje tamamlanma süresinin 33 hafta olarak gerçekleştiği görülmüştür. Yani aynı sonuç, 4 birim yerine 3 birim kaynak kullanılarak elde edilmiştir.

Algoritma 1.İ.E ile, önleyen açısından proje tamamlanma süresi ile önleme kaynağı arasındaki ilişkiyi gösteren grafik elde edilebilir. Şekil 6'da, Tablo 4'teki veri esas alınarak oluşturulan çözümler sunulmuştur.

Şekil 6'ya göre, önleme için herhangi kaynak ayrılmaması durumunda, proje beklendiği gibi 28 haftada tamamlanmaktadır. Önleme yapılması durumunda, projenin en geç tamamlanma süresi 35 haftadır. Projenin 35 haftada tamamlanması için toplam 15 birimlik önleme kaynağından 10 birimini kullanmak yeterlidir. Şekil 6'da, bazı çözümlerin etkin olmadığı da görülmektedir. 4, 7, 8, 9 ile 11 ve üzerinde kaynak kullanım durumları için, projenin ilgili tamamlanma sürelerini sağlayan daha uygun bir kaynak kullanım durumu söz konusu olduğundan, bu çözümler etkin değildir. Etkin olmayan bu çözümler, Model 1.İ'de alternatif

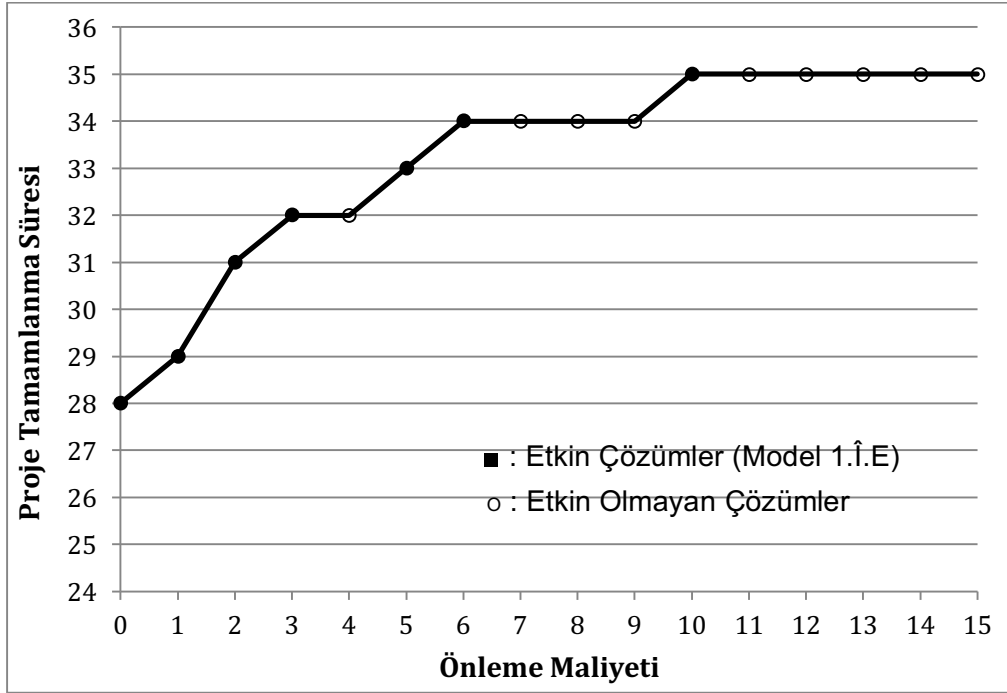
çözüm olarak ortaya çıkabilir. Ancak, Model 1.İ.E'de öncelikli olarak proje tamamlanma süresi ve ikincil olarak da kaynak kullanım durumunu minimize edildiğinden, etkin olmayan bu çözümler elde edilmeyecektir.

**Tablo 4 Projeye Ait Önleme/Kesme Veri 3**

Faaliyet	Geciktirme Süresi/Hafta ( $d_i$ )	Gecikme İçin Gereken Birim Kaynak Miktarı ( $r_i$ )
a(1)	1	1
b(2)	3	5
c(3)	2	3
d(4)	4	2
e(5)	1	4
f(6)	2	3
g(7)	3	2
h(8)	6	5

Geciktirme için Eldeki Toplam Kaynak Miktarı (R) = 15 Birim

Kısmi önleme durumunda çözümlerin nasıl değişeceğini görmek için, Tablo 4'teki veri kısmi önlemeye uygun şekilde düzenlenmiştir. Tablo 5'teki veri esas alınarak ve Model 1.İ.P.E kullanılarak elde edilen etkin çözüm kümesi, Şekil 7'de sunulmuştur.

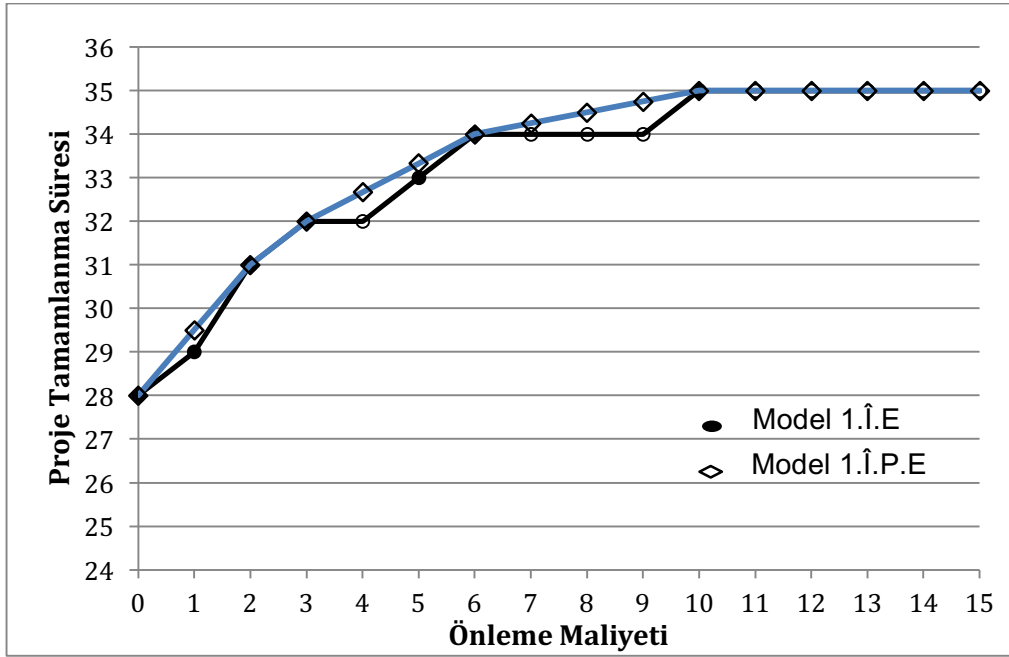


**Şekil 6 Proje Tamamlanma Süresi-Önleme Maliyeti İlişkisi (Model 1.İ.E)**

Tablo 5 Örnek Bir Projeye Ait Kısmi Önleme Süre ve Maliyetleri

Faaliyet	Hemen Öncüsü	Normal Süre/ Hafta ( $TN_i$ )	Önlenmiş Süre/ Hafta ( $TI_i$ )	Önlenmiş Maliyet ( $CI_i$ )	Birim Önleme Maliyeti ( $b'_i$ )
a(1)	-	7	8	1	1
b(2)	-	10	13	5	1.66
c(3)	b	7	9	3	1.5
d(4)	a	8	12	2	0.5
e(5)	a	6	7	4	4
f(6)	e	5	7	3	1.5
g(7)	c,d,f	10	13	2	0.66
h(8)	e	11	17	5	0.83

Şekil 7’de görüldüğü gibi, kısmi önlemenin yapıldığı Model 1.Î.P.E, Model 1.Î.E’ye göre önleyici açısından daha uzun proje tamamlanma süreleri (daha iyi çözüm kümesi) vermiştir. Önleyici aynı maliyet ile, Model 1.Î.P.E’yi kullanarak proje tamamlanma süresini daha fazla uzatabilmektedir.



Şekil 7 Proje Tamamlanma Süresi-Önleme Maliyeti İlişkisi (Model 1.Î.E, Model 1.Î.P.E)

Geliştirilen modellerin performansını değerlendirmek maksadıyla, faaliyet sayısının 10-200 arasında değiştiği ve detayları Tablo 6’da sunulan test problemleri oluşturulmuştur. Problemlerde, önleyenin her bir faaliyeti bir birimlik kaynak kullanarak, birer birim geciktirebileceği kabul edilmiştir ( $d_i = 1, r_i = 1$ ). Faaliyet süreleri [5,10] aralığında üniform dağılım esas alınarak rassal olarak belirlenmiştir. Önleyenin elinde bulundurduğu toplam kaynağın ( $R$ ) 5 ve 20 birim olma durumlarına göre sonuçlar Tablo 6’da sunulmuştur. Görüldüğü üzere, çok kısa sürede çözümler elde edilebilmektedir.

**Tablo 6 Büyük Boyutlu Problem Uygulama Sonuçları (Model 1.İ)**

Faaliyet/ Düğüm Sayısı (n)	Toplam Önleme Kaynağı (R = 5)		Toplam Önleme Kaynağı (R = 20)	
	Çözüm Süresi (Saniye)	Proje Tamamlanma Süresi (Hafta)	Çözüm Süresi (Saniye)	Proje Tamamlanma Süresi (Hafta)
10	0.047	32	0.042	32
20	0.120	60	0.107	62
40	0.147	117	0.114	128
60	0.161	173	0.144	188
80	0.109	229	0.125	244
100	0.112	285	0.110	300
120	0.121	341	0.126	356
140	0.134	397	0.146	412
160	0.136	453	0.147	468
180	0.121	509	0.162	524
200	0.129	565	0.154	580

#### **4.2 Hızlandırılmış CPM Tabanlı Projeler**

Bu bölümde, bilgileri Şekil 1 ve Tablo 1’de sunulan örnek proje esas alınarak sonuçlar incelenecektir. Tablo 7’deki veri esas alınarak, projenin normal tamamlanma süresi olan 28 haftada tamamlanmasının maliyeti 740 birimdir. Proje yöneticisinin projeyi 24 haftada tamamlamayı planladığı varsayılırsa, kısaltılması gereken faaliyetler Model 2.a ile bulunabilir. Kısaltılan faaliyetler ve kısaltma süreleri, Tablo 7’de gösterilmiştir. a faaliyetinin 1 ve g faaliyetinin 3 birim kısaltılması sonucunda maliyet 75 birim artarak 815 birim olmuştur. Proje yöneticisinin ilave 50 birimlik bütçesi olduğu varsayılarak Model 2.b kullanıldığında, proje süresi 25.25 haftaya düşmektedir. Bu durumda, Tablo 7’de sunulduğu gibi, gene a ve g faaliyetleri kısaltılmaktadır.

Aynı problemler üzerinde, rakip bir oyuncunun Tablo 2 ve Tablo 3’teki veriye göre engelleme yaptığı varsayıldığında, Model 2.a.İ ve Model 2.b.İ ile önlenecek faaliyetler bulunabilir. Tablo 2 ve Tablo 3’teki veri setlerine göre, Model 2.a.İ ve Model 2.b.İ ile elde edilen sonuçlar, sırasıyla, Tablo 8-9 ve Tablo 10-11’de sunulmuştur. Önleme durumunda, miad kısıtı olduğunda projenin kısaltma maliyeti artmakta, bütçe kısıtı olduğunda ise kısaltılma süresi azalmaktadır. Model 3.a ve Model 3.b’de, sırasıyla, D ve B parametreleri değiştirilerek etkin çözüm kümesi bulunabilir. Model 3.a ve Model 3.b ile elde edilen sonuçlar, sırasıyla, Şekil 8 ve Şekil 9’da sunulmuştur. Her iki şekilde, projenin tamamlanma süresinin başlangıçta maliyete karşı duyarlılığının yüksek olduğu ancak bu duyarlılığın giderek azaldığı görülmektedir. Örneğin, proje süresini 28 haftadan 25 haftaya düşürmenin maliyeti 55 birim iken; 23 haftadan 20 haftaya düşürmenin maliyeti 95 birimdir. Projenin başlangıç durumunda kısaltma maliyeti, nispeten düşüktür.

**Tablo 7 Örnek Bir Projeye Ait Kısaltma Süre ve Maliyetleri**

Faaliyet	Hemen Öncüsü	$TN_i$	$CN_i$	$TC_i$	$CC_i$	$b_i$	Kısaltma Süresi Model 2.a	Kısaltma Süresi Model 2.b
a(1)	-	7	50	5	80	15	1	1
b(2)	-	10	100	8	140	20		
c(3)	b	7	70	4	110	13.33		
d(4)	a	8	90	6	130	20		
e(5)	a	6	80	4	120	20		
f(6)	e	5	70	3	140	35		
g(7)	c,d,f	10	120	6	200	20	3	1.75
h(8)	e	11	160	9	190	15		

**Tablo 8 Model 2.a.İ'ya Ait Örnek Çözüm Sonuçları (Veri 1'e Göre)**

Önleme Yapılan Faaliyet/Faaliyetler: a, b, e, f, g
Proje Tamamlanma Süresi ( $s_{n+1}$ ) = 24
Projenin Önleme Yokken Maliyeti = 815
Projenin Önleme Yokken Kısaltma Maliyeti = 75 (815-740)
Proje Önleme Durumunda Maliyeti = 903,33
Proje Önleme Durumunda Kısaltma Maliyeti = 163,33 (903,33-740)
NOT: Projenin normal süresi olan 28 hafta içinde tamamlanma maliyeti 740 birimdir.

**Tablo 9 Model 2.a.İ'ya Ait Örnek Çözüm Sonuçları (Veri 2'ye Göre)**

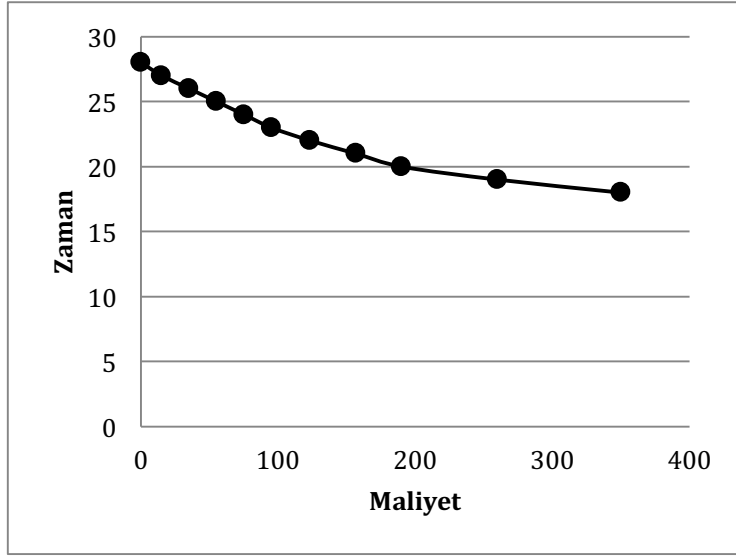
Önleme Yapılan Faaliyet/Faaliyetler: a, b, c, e, g
Proje Tamamlanma Süresi ( $s_{n+1}$ ) = 24
Projenin Önleme Yokken Maliyeti = 815
Projenin Önleme Yokken Kısaltma Maliyeti = 75 (815-740)
Proje Önleme Durumunda Maliyeti = 950
Proje Önleme Durumunda Kısaltma Maliyeti = 210 (950-740)

**Tablo 10 Model 2.b.İ'ya Ait Örnek Çözüm Sonuçları (Veri 1'e Göre)**

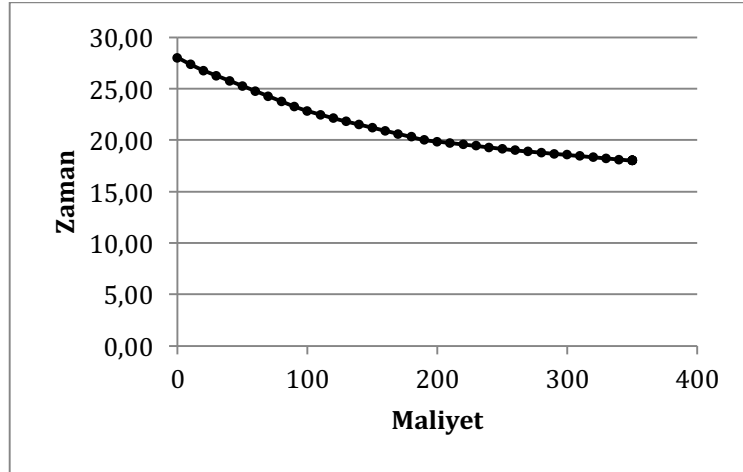
Önleme Yapılan Faaliyet/Faaliyetler: a, e, f, g
Önleme Yokken Proje Tamamlanma Süresi ( $s_{n+1}$ ) = 25.25
Önleme Durumunda Proje Tamamlanma Süresi = 29
Projenin Kısaltılması İçin Ayrılan Bütçe = 50
Önleme Yokken Kullanılan Kısaltma Bütçesi = 50
Önleme Durumunda Kullanılan Kısaltma Bütçesi = 50

Tablo 11 Model 2.b.İ'ya Ait Örnek Çözüm Sonuçları (Veri 2'ye Göre)

Önleme Yapılan Faaliyet/Faaliyetler: a, b, c, e, g
Önleme Yokken Proje Tamamlanma Süresi ( $s_{n+1}$ ) = 25.25
Önleme Durumunda Proje Tamamlanma Süresi = 29.83
Projenin Kısaltılması İçin Ayrılan Bütçe = 50
Önleme Yokken Kullanılan Kısaltma Bütçesi = 50
Önleme Durumunda Kullanılan Kısaltma Bütçesi = 50



Şekil 8 Model 3.a Kullanılarak Elde Edilen Etkin Çözüm Eğrisi



Şekil 9 Model 3.b Kullanılarak Elde Edilen Etkin Çözüm Eğrisi

Model 3.a.İ ve Model 3.b.İ, teorik olarak Model 2.a.İ ve Model 2.b.İ'dan farklı modeller olarak gözükseler de, önleyen açısından pratikte aynı sonucu vermektedir. Önleyen, Model 3.a.İ ve Model 3.b.İ yerine Model 2.a.İ ve Model 2.b.İ'yi kullanarak da optimal hareket tarzlarını bulabilir. Proje yöneticisi, Model 3.a ve Model 3.b ile kendi kaynak kullanımını iyileştirebilir

ancak proje tamamlanma süresi, Model 2.a ve Model 2.b ile elde edilen sürelerle aynı olacaktır. Proje yöneticisinin proje tamamlanma süresini değiştirmeden kendi kaynak kullanımını etkinleştirmesi, önleyenin vereceği karar üzerinde bir etki yaratmamaktadır. Bu nedenle, önleyen açısından Model 3.a.Î ve Model 3.b.Î ile elde edilen çözümler, Model 2.a.Î ve Model 2.b.Î ile elde edilen çözümlerle aynıdır.

Hızlandırılmış CPM tabanlı modellerin performansını değerlendirmek için faaliyet sayısı 10-120 arasında değişen ve detayları Tablo 12’de sunulan test problemleri oluşturulmuştur. Problemlerde, önleyenin her bir faaliyeti bir birimlik kaynak kullanarak bir birim geciktirebileceği kabul edilmiştir ( $d_i = 1, r_i = 1$ ). Proje yöneticisi elinde bulundurduğu 100 birimlik bir bütçe ( $B=100$ ) ile faaliyetleri belli bir miktarda hızlandırabilir. Faaliyetlere ait normal süre ( $TN_i$ ), hızlandırılmış süre ( $TC_i$ ), normal maliyet ( $CN_i$ ) ve hızlandırılmış maliyet ( $CC_i$ ) değerleri sırasıyla, [10,15], [5,10], [40,80], [80,120] üniform dağılım aralıklarından rassal olarak türetilmiştir.

Önleyenin elinde toplam 5 ve 20 birimlik kaynak bulundurma durumlarına göre ( $R=5, R=20$ ), Model 2.b.Î ile elde edilen çözüm ve proje tamamlanma süreleri Tablo 12’de sunulmuştur. 100 faaliyete kadar olan problemler için optimal çözümler bir saatlik sürenin altında elde edilmiştir. 120 faaliyete kadar olan projede,  $R=5, R=20$  için, sırasıyla, %1 ve %2’lik optimalite boşlukları ile çözümler elde edilmiştir.

**Tablo 12 Büyük Boyutlu Problem Uygulama Sonuçları (Model 2.a.Î)**

Faaliyet Sayısı (n)	Toplam Önleme Kaynağı ( $R = 5$ )		Toplam Önleme Kaynağı ( $R = 20$ )	
	Çözüm Süresi (Saniye)	Proje Tamamlanma Süresi (Hafta)	Çözüm Süresi (Saniye)	Proje Tamamlanma Süresi (Hafta)
10	0.106	38.78	0.109	38.78
20	0.098	86	0.145	89.86
40	0.139	180.17	0.115	195.17
60	0.160	272.5	0.193	287.5
80	10.008	363.32	59.756	378.32
100	151.827	451.33	930.170	466.33
120	3600.00	555.18 (Gap=%1)	3600.00	573.44 (Gap=%2)

#### 4.3 Çok Modlu Projeler

Şekil 4’te verilen örnek çok modlu proje için, Tablo 2-4’teki önleme verisi kullanılarak Algoritma 1 ile elde edilen çözüm sonuçları, sırasıyla, Tablo 13-15’te sunulmuştur. Örnek problemlerin tamamında, iki tekrarda optimal çözümler elde edilmiştir. Her bir tekrarda önleyen ve proje yöneticisi için  $x$  ve  $y$  karar vektörleri, ana model ve alt modelden elde edilen amaç fonksiyon değerleri, kullanılan kaynak miktarları ile optimal hareket tarzları ve projenin tamamlanma

süresi verilmiştir. Yapılan önlemlerle, projenin normal tamamlanma süresi olan 18, sırasıyla, 22, 24 ve 26'ya yükseltilmiştir.

**Tablo 13 Veri-1'e Göre Algoritma 1 Sonuçları**

	Tekrar-1	Tekrar-2	$y^*, x^*, Z^*$
$y$	(0,0,0,0,0,0,0,0)	(1,0,0,0,1,1,1,0)	$y^* = (1,0,0,0,1,1,1,0)$ $x^* = (2,2,3,2,2,2,4,2)$ $Z^* = 22$
$x$	(2,2,3,2,2,2,4,2)	(2,2,3,2,2,2,4,2)	
Ana Model- $Z_1$	–	22	
Alt Model- $Z_2$	18	22	
Ana Model-R	0	4	
Alt Model-B (Bütçe)	370	370	

**Tablo 14 Veri-2'ye Göre Algoritma 1 Sonuçları**

	Tekrar-1	Tekrar-2	$y^*, x^*, Z^*$
$y$	(0,0,0,0,0,0,0,0)	(1,1,1,0,1,0,1,0)	$y^* = (1,1,1,0,1,0,1,0)$ $x^* = (2,2,3,2,2,2,4,2)$ $Z^* = 24$
$x$	(2,2,3,2,2,2,4,2)	(2,2,3,2,2,2,4,2)	
Ana Model- $Z_1$	–	24	
Alt Model- $Z_2$	18	24	
Ana Model-R	0	5	
Alt Model-B (Bütçe)	370	370	

**Tablo 15 Veri-3'e Göre Algoritma 1 Sonuçları**

	Tekrar-1	Tekrar-2	$y^*, x^*, Z^*$
$y$	(0,0,0,0,0,0,0,0)	(1,1,1,0,1,0,1,0)	$y^* = (1,1,1,0,1,0,1,0)$ $x^* = (2,2,3,2,2,2,4,2)$ $Z^* = 26$
$x$	(2,2,3,2,2,2,4,2)	(2,2,3,2,2,2,4,2)	
Ana Model- $Z_1$	–	26	
Alt Model- $Z_2$	18	26	
Ana Model-R	0	15	
Alt Model-B (Bütçe)	370	370	

Algoritma 1'in büyük çaplı problemler için performansını test etmek maksadıyla, faaliyet sayısı 10-100 arasında değişen test problemleri oluşturulmuştur. Problemlerde, her bir maliyetin 3 modu olduğu ve önleyenin her bir faaliyeti bir birimlik kaynak kullanarak bir birim geciktirebileceği kabul edilmiştir ( $d_i = 1, r_i = 1$ ). Mod süre ve maliyetleri, [5,10] ve [80,120] üniform dağılım aralıklarından rassal olarak türetilmiştir. Algoritma 1'in bir saat çalıştırılması sonucunda elde edilen sonuçlar, Tablo 16'da sunulmuştur.

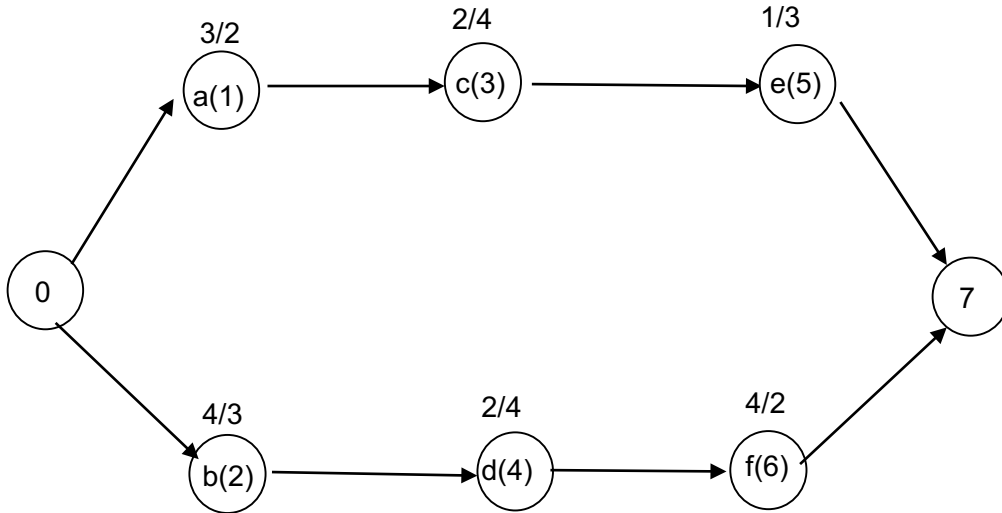


#### 4.4 Yenilenebilir Kaynak Durumunda Projeler

Şekil 10'da, yenilenebilir kaynak durumu için örnek bir proje verilmiştir. Örnek proje, 6 faaliyetten oluşmaktadır ve düğümlerin üzerindeki rakamlar, sırasıyla, faaliyetin tamamlanması için ne kadar süreyle ve ne miktarda kaynağa ihtiyaç olduğunu göstermektedir. Eldeki kaynak miktarının 4 birim olduğu varsayılmıştır. Bu şartlar altında, projenin en kısa sürede tamamlanabilmesi için elde edilen bir çizelge, Şekil 11'de sunulmuştur. Önleyici açısından, her bir faaliyetin tamamlanma süresinin bir birim uzatılabildiği varsayılırsa, 1 numaralı faaliyet dışındaki tüm faaliyetlere müdahale edilebilir. 1 numaralı faaliyetin süresi, 1 birimden daha fazla uzatılırsa, projenin tamamlanma süresine etki etmeye başlar. Bu örnekte, öncüllük ilişkileri çok basit tanımlandığı için, çözüm kolay bir şekilde görülebilmektedir. Ancak, daha karmaşık öncüllük ilişkilerinin bulunduğu projelerde, çözümlerin elde edilmesi zordur. Algoritma Y, bu tür projelerde çözümlerin bulunması için geliştirilmiştir.

Tablo 16 Büyük Boyutlu Problem Uygulama Sonuçları (Algoritma 1)

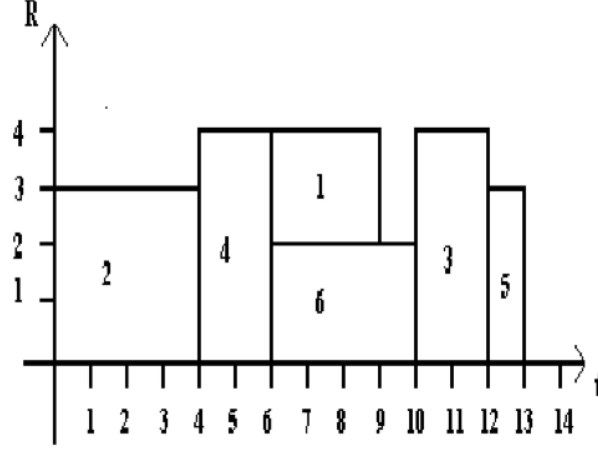
Faaliyet Sayısı (n)	Toplam Önleme Kaynağı (R = 5)		Toplam Önleme Kaynağı (R = 20)	
	Çözüm Süresi (Saniye)	Optimalite Boşluğu (%)	Çözüm Süresi (Saniye)	Optimalite Boşluğu (%)
10	5.56	0.00	8.67	0.00
20	8.78	0.00	18.24	0.00
40	600.45	0.00	1176.35	0.00
60	1956.34	0.00	3256.49	0.00
80	3387.23	0.00	3600.00	1.56
100	3600.00	2.45	3600.00	4.67



Şekil 10 Yenilenebilir Kaynak Kullanımı İçin Örnek Proje

Algoritma Y'nin performansını test etmek maksadıyla, faaliyet sayısı 10-100 arasında değişen test problemleri oluşturulmuştur. Problemlerde, tek tip yenilenebilir kaynak olduğu

varsayılmıştır. Faaliyet süreleri ve kaynak kullanım miktarları, sırasıyla, [20,50] ve [1,10] üniform dağılımlardan rassal olarak elde edilmiştir. Önleme kaynağının 5 ve 20 olduğu durumlar için Algoritma Y ile üç saat içinde elde edilen sonuçlar, Tablo 17’de sunulmuştur.



Şekil 11 Yenilenebilir Kaynak Kullanımı İçin Örnek Proje

Tablo 17 Büyük Boyutlu Problem Uygulama Sonuçları (Algoritma Y)

Faaliyet Sayısı (n)	Toplam Önleme Kaynağı (R = 5)		Toplam Önleme Kaynağı (R = 20)	
	Çözüm Süresi (Saniye)	Optimalite Boşluğu (%)	Çözüm Süresi (Saniye)	Optimalite Boşluğu (%)
10	6.65	0.00	8.67	0.00
20	235.43	0.00	18.24	0.00
40	3356.12	0.00	10800.00	1.89
60	10800.00	1.34	10800.00	4.45
80	10800.00	3.87	10800.00	6.84
100	10800.00	6.34	10800.00	8.98

#### 4.5 PERT Tabanlı Projeler

Bilgileri Tablo 1 ve Şekil 1’de sunulan örnek proje için, faaliyetlerin Tablo 18’de sunulduğu şekilde aynı olasılıkla üç farklı tamamlanma değerinden birini alabileceğini varsayalım. Tablo 4’teki önleme verisi esas alınarak Model 8.P.Î ile önleme problemi çözülmüştür. Model, 6561 ( $3^8$ ) senaryo için R=15 için çalıştırılmıştır. Önleme problemi Model 1.Î ile deterministik olarak çözüldüğünde, önlenen faaliyetler b, c ve g’dir ve projenin tamamlanma süresi 28 haftadan 35 haftaya yükselmektedir. Problem stokastik olarak çözüldüğünde, 6561 senaryodan sadece 3375 tanesi için b, c ve g faaliyetleri önlenmektedir. Diğer senaryolarda, a, e, f, g ve a-e-f faaliyetleri önlenmektedir. Deterministik durumda olduğu gibi, ikil önleme yapıldığında, fazladan kaynak kullanımı söz konusu olabilmektedir. Aynı sonuçlar 8 veya 10 birim kaynak

kullanım durumunda elde edilebilmektedir. Dolayısıyla, stokastik durum için de kısmi önleme modellerinin geliştirilebileceği değerlendirilmektedir. Problem stokastik olarak çözüldüğünde, deterministik olarak çözüldüğünde elde edilen 35 haftalık tamamlanma süresinin, 38 haftaya çıktığı görülmektedir.

**Tablo 18 PERT Uygulaması İçin Faaliyet Süreleri**

Faaliyet	Hemen Öncüsü	a	m	b
a(1)	-	3	7	11
b(2)	-	4	10	16
c(3)	b	3	7	11
d(4)	a	3	8	13
e(5)	a	2	6	10
f(6)	e	2	5	8
g(7)	c,d,f	4	10	16
h(8)	e	5	11	18

8 faaliyetli örnek proje için Model 8.P.Î kullanılarak bir çözümün elde edilmesi, 2 saatten fazla zaman almıştır. Bu nedenle, daha büyük boyutlu problemlerin çözülebilmesi için Algoritma L geliştirilmiştir. Algoritma L'nin performansını değerlendirmek amacıyla, faaliyet sayısı 10-100 arasında değişen test problemleri oluşturulmuştur. Test problemlerinde, önleyenin her bir faaliyeti bir birimlik kaynak kullanarak bir birim geciktirebileceği kabul edilmiştir ( $d_i = 1, r_i = 1$ ). Projelerdeki faaliyet sürelerinin belirlenmesi için, her faaliyet için rassal olarak [50,100] üniform dağılım aralığından üç değer seçilmiş ve bu değerler büyüklüklerine göre, iyimseri beklenen ve kötümser değerler olarak atanmıştır. Algoritma L'nin üç saat çalıştırılması sonucunda elde edilen sonuçlar, Tablo 19'da sunulmuştur. Algoritma, kabul edilebilir süreler içinde iyi çözümler üretmektedir.

**Tablo 19 Büyük Boyutlu Problem Uygulama Sonuçları (Algoritma L)**

Faaliyet Sayısı (n)	Toplam Önleme Kaynağı (R = 5)		Toplam Önleme Kaynağı (R = 20)	
	Çözüm Süresi (Saniye)	Optimalite Boşluğu (%)	Çözüm Süresi (Saniye)	Optimalite Boşluğu (%)
10	130.25	0.00	166.34	0.00
20	345.87	0.00	554.13	0.00
40	2456.21	0.00	3365.98	0.00
60	7568.49	0.00	10800.00	1.33
80	10800.00	2.89	10800.00	3.94
100	10800.00	3.62	10800.00	5.38

#### 4. TARTIŞMA/SONUÇ

Bu çalışmada, rekabetçi bir ortamda proje yönetimi kapsamında şebeke çizelgeleme problemleri ele alınmıştır. Problemlerde, bir proje yöneticisi, projeyi en kısa sürede tamamlayacak şekilde faaliyetleri planlamaya çalışırken; bir rakip, projenin tamamlanma süresini maksimize edecek şekilde, elindeki kısıtlı kaynakları kullanarak, proje faaliyetlerini geciktirmeye yönelik tedbirler almaktadır. Bu kapsamda, aşağıdaki proje şebekeleri için, önleyici açılarından önleme modelleri ve çözüm yöntemleri geliştirilmiştir.

- CPM Tabanlı Temel Proje Şebekeleri
- CPM Tabanlı Hızlandırılmış (Crashed) Proje Şebekeleri
- Zaman/Maliyet Takas Problemi Varlığında CPM Tabanlı Proje Şebekeleri
- Çok Modlu Proje Şebekeleri
- Yenilenebilir Kaynak Durumunda CPM Tabanlı Proje Şebekeleri
- PERT (Project Evaluation and Review Technique) Tabanlı Proje Şebekeleri

Geliştirilen modeller ile, önleyici açılarından projedeki hassas faaliyetler tespit edilebilmektedir. Önleyici, projenin tamamlanma süresini maksimum seviyede uzatmak için, bu faaliyetleri geciktirecek tedbirler alabilir. Aynı şekilde bu faaliyetler, proje yöneticisi açısından, daha hassasiyetle planlanması gereken faaliyetler olarak görülebilir.

Çalışma kapsamında, yukarıdaki problemler için önleme modelleri ve çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Modellerin geliştirilmesinde, ilk olarak, proje yöneticisinin modeli verilmiştir. Ardından iç model proje yöneticisinin modelini, dış model önleyicinin modelini temsil edecek şekilde, iki katmanlı modeller geliştirilmiştir. İki katmanlı modellerden CPM tabanlı temel ve hızlandırılmış proje şebekeleri ile zaman/maliyet takas problemi kapsamındaki modeller, iç modelin duali alınarak doğrusal olmayan tek katmanlı karışık tam sayılı modele çevrilmiştir. Söz konusu modeller, ilave değişken tanımlamaları ve transformasyonlar yapılarak, doğrusal hale getirilmiş ve optimizasyon paket programları ile çözülebilmektedir. Çok modlu projeler ile yenilenebilir kaynak kullanım problemlerinde iç modeller tamsayı olduğu için, dualite özelliği kullanılarak iki katmanlı modelleri tek katmanlı hale getirmek mümkün olmamıştır. Bu nedenle, bu önleme modellerinin çözümü için, ayrıştırma algoritmaları geliştirilmiştir. PERT tabanlı önleme modelinde, dualite özelliğinden istifade edilerek iki katmanlı model tek katmanlı hale getirilmiş ve stokastik bir program olarak modellenmiştir. Stokastik modelin çözümü için L-shaped algoritma geliştirilmiştir.

Geliştirilen modeller ve algoritmalar ile elde edilen örnek sonuçlar, küçük problemler üzerinde gösterilmiştir. Müteakiben, model ve algoritmaların performansları, suni olarak üretilen test problemleri ile gözlemlenmiştir. CPM tabanlı temel ve hızlandırılmış projeler ile zaman/maliyet takaa problemi kapsamındaki önleme modelleri, optimizasyon paket programları ile kısa

sürede çözülebilmektedir. Diğer problemler için geliştirilen algoritmalar ile, oluşturulan test problemleri için optimal ya da optimale yakın çözümler elde edilebilmiştir.

Projede ele alınan önleme problemleri ya hiç çalışılmamış ya da projede ele alındığı şekliyle ele alınmamış ya da çözülmemiştir. Bu kapsamda, geliştirilmiş olan tüm modeller ve çözüm yöntemleri özgündür. Ayrıca, proje şebekeleri için geliştirilen sistematik ve bütüncül yaklaşım sayesinde, problemin taksonomisi oluşturulmuş ve yeni çalışma alanları ortaya konmuştur. Proje kapsamında geliştirilen modeller, çözüm yöntemleri ve taksonomi, bu alanda öncü niteliği taşımaktadır ve daha sonra yapılacak çalışmalar için bir referans teşkil edecektir.

Projede yapılan çalışmalar, yurtiçi ve yurtdışında konferans ve çalıştaylarda sunulmuş, olumlu geribildirimler alınmıştır. CPM tabanlı temel ve hızlandırılmış projelere ilişkin önleme modellerini içeren bir doktora tez çalışması tamamlanmıştır. Ayrıca, CPM tabanlı temel projelerle ilgili kısımları içeren bir makale, SCI endeksli bir dergiye gönderilmiştir (Ek-1). Projenin diğer bölümlerine ilişkin makale yazım çalışmalarına halen devam edilmektedir. Çalışma kapsamında, aşağıdaki konferanslarda bildiriler sunulmuştur.

- Kasımoğlu, F., Akgün, İ. Proje Yönetimi Kapsamında CPM Tabanlı Temel Bir Projenin Rakip Bir Oyuncu Tarafından Önlenmesi, YAEM Kongresi, Ankara, 9-11 Eylül 2015.
- Akgün, İ, Kızıılışık, B., Gören, S. Proje Yönetimi Kapsamında Stokastik Ortamda Serim/Şebeke Kesme/Önleme Problemi, YAEM Kongresi, İzmir, 13-15 July 2016.
- Kasımoğlu, F., Akgün, İ. Interdiction of a CPM Project and Its Implications Within the Scope of Project Management, The European Chapter on Combinatorial Optimization Conference, İtalya, 28-30 May 2015.



## KAYNAKLAR

- Ahuja R.K., Magnanti T.L., Orlin J.B. Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications. New Jersey : Prentice Hall, 1993.
- Akgün İ., Tansel B.Ç., Wood R.K. The Multi-Terminal Maximum Flow Network Interdiction Problem. European Journal of Operational Research 2011; 211; 241-251.
- Anandalingam G., Apprey V. Multi-level Programming and Conflict Resolution. European Journal of Operational Research 1991; 51(2): 233-247.
- Assimakopoulos N. A Network Interdiction Model for Hospital Infection Control. Computers in Biology and Medicine 1987; 17(6): 413-422.
- Ball M, Golden B ve Vohra R. Finding the Most Vital Arcs in a Network. Operations Research Letters 1989; 8: 73-76.
- Benders J., Partitioning Procedures for Solving Mixed Integer Variables Programming Problems. Numerische Mathematik 4, pp. 238-252, 1962.
- Brown G., Carlyle M., Royset J., Wood R.K. On the Complexity of Delaying an Adversary's Project. The Next Wave in Computing, Optimization and Decision Technologies; New York: Springer, 2005, pp. 3-17.
- Brown G., Carlyle M., Salmeron J., Wood R.K. Defending Critical Infrastructure. Interfaces 2006; 36; 530-544.
- Brown G., Carlyle M., Harney R., Skroch E., Wood R.K. Interdicting a Nuclear Weapons Project. Operations Research 2009; 57; 866-877.
- Church RL, Scaparra MP, Middleton RS. Identifying critical infrastructure: The Median and Covering Facility Interdiction Problems. Annals of the Association of American Geographers 2004; 94; 491-502.
- Corley H.W., Shaw D.Y. Most Vital Links and Nodes in Weighted Networks. Operations Research Letters 1982; 1; 157-160.
- Cormican K.J., Computational Methods for Deterministic and Stochastic Network Interdiction Problems. Monterey, California : Naval Post Graduate School, Masters Thesis, 1995.
- Cormican K.J., Morton D.P., Wood R.K. Stochastic Network Interdiction. Operations Research 1998; 46; 184-197.
- Değirmenci G., Azizoğlu M. The Time/Cost Trade-off Curve Problem in Project Management. Proceedings of the 2009 Industrial Engineering Research Conference, 2009.
- Ford L.R., Fulkerson D.R. Flows in Networks. New Jersey : Princeton University, Princeton, 1962.
- Fulkerson D.R., Harding G.C. Maximizing the Minimum Source-Sink Path Subject to a Budget Constraint. Math Program 1977; 13; 116-118.



GAMS Development Corporation, General Algebraic Modeling System (GAMS), Rev 146, 2006.

Ghare P.M., Montgomery D.C., Turner T.M. Optimal Interdiction Policy for a Flow Network. *Naval Research Logistics Quarterly* 1971; 18; 37-45.

Golden B. A Problem in Network Interdiction. *Naval Research Logistics Quarterly* 1978; 25; 711-713.

Israeli E. System Interdiction and Defense. Doctoral Dissertation, Naval Postgraduate School: Monterey, California; March 1999.

Israeli E., Wood R.K. Shortest-Path Network Interdiction. *Networks* 2002; 40; 97-111.

Kabarcık A., Kandiller L., Aygüneş H. Ağların Hareketli Yol Kesici Tarafından En Kısa Güzergâh Kullanılarak Kesilmesi. *Savunma Bilimleri Dergisi* 2012; 11; 223-237.

Lubore S.H., Ratliff H.D., Sicilia G.T. Determining the Most Vital Link in a Flow Network. *Naval Research Logistics Quarterly* 1971; 17; 497-502.

Malik K., Mittal A.K., Gupta S.K. The k-Most Vital Arcs in the Shortest Path Problem. *Operations Research Letters* 1989; 8; 223-227.

McMasters A.W., Mustin T.M. Optimal Interdiction of a Supply Network. *Naval Research Logistics Quarterly* 1970; 17; 261-268.

Meredith J.R., Mantel S.J. *Project Management: A Managerial Approach*. New Jersey : John Wiley & Sons, Inc., 2003.

Ratliff H.D., Sicilia G.T., Lubore S.H. Finding the n Most Vital Links in Flow Networks. *Management Science* 1975; 21; 531-539.

Rocco C., Ramirez-Marquez J.E. A Bi-Objective Approach for Shortest Path Network Interdiction. *Computers & Industrial Engineering* 2010; 59; 232-240.

Rocco C., Ramirez-Marquez J.E., Salazar D. Bi and Tri-Objective Optimization in the Deterministic Network Interdiction Problem. *Reliability Engineering and System Safety* 2010; 95; 887-896.

Royset J.O., Wood R.K. Solving the Bi-Objective Maximum Flow Network Interdiction Problem. *INFORMS Journal on Computers* 2007; 19; 175-184.

Salmeròn J., Wood R.K., Baldick R. Analysis of Electric Grid Security Under Terrorist Threat. *IEEE Transactions on Power Systems* 2004; 19; 905-912.

Salmeròn J., Wood R.K., Baldick R. Worst Case Interdiction Analysis of Large-Scale Electric Power Grids. *IEEE Transactions Power Systems* 2009; 24; 96-104.

Simaan M., Cruz J.B. On the Stackelberg Strategy in Nonzero-Sum Games. *Journal of Optimization Theory and Applications* 1973; 11; 533-555.

Starita, S., Scaparra, M.P. (2017) Passenger railway network protection: A model with variable post-disruption demand service. *Journal of the Operational Research Society*



Von Stackelberg H. The Theory of the Market Economy. London : German, William Hodge & Co., 1952.

Winston W.L. Operations Research Applications and Algorithms. Belmont: Brooks/Cole, Cengage Learning, 2004.

Wollmer R. Some Methods for Determining the Most Vital Link in a Railway Network. Santa Monica, California : Rand Corporation, 1963.

Wollmer R. Removing Arcs from a Network. Operations Research 1964; 12; 934-940.

Wood R.K. Deterministic Network Interdiction. Mathematical and Computer Modeling 1993; 17; 1-18.

Wood R.K. Bi-level Network Interdiction Models: Formulations and Solutions. Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science. Hoboken : John Wiley & Sons, 2011.



**TÜBİTAK**  
**PROJE ÖZET BİLGİ FORMU**

Proje Yürütücüsü:	Doç. Dr. İBRAHİM AKGÜN
Proje No:	214M196
Proje Başlığı:	Proje Yönetimi Kapsamında Serim Kesme/Önleme Modellerinin Ve Çözüm Yöntemlerinin Geliştirilmesi
Proje Türü:	1001 - Araştırma
Proje Süresi:	24
Araştırmacılar:	
Danışmanlar:	
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	ABDULLAH GÜL Ü.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	15/04/2015 - 15/04/2017
Onaylanan Bütçe:	200100.0
Harcanan Bütçe:	82695.97
Öz:	<p>Serim/Şebeke Kesme/Önleme (Problemi (SKP)?nde, serim kullanıcısı ve önleyici olmak üzere birbiri hakkında yeterli bilgiye sahip iki rakip bulunmaktadır. Serim kullanıcısı, işlettiği serimi optimal şekilde kullanmak isterken; önleyici, serim kullanıcısının serimi etkin şekilde kullanmasını elindeki kısıtlı kaynaklarla önlemeye çalışır. SKP?nin, uyuşturucu trafiğini engellemek için timlerin konuşlandırılacağı yerlerin tespit edilmesinden hava füze savunması için antibalistik füzelerin yerlerinin seçilmesine, bir şehrin elektrik şebekesindeki kritik noktaların bulunmasından bir hastalığın yayılmasını engellemek için alınması gereken tedbirlere kadar çok farklı yelpazede uygulamaları mevcuttur. Diğer yandan, ortaya çıkan iki seviyeli matematiksel modellerin çözümü zordur ve özel yöntemlerin geliştirilmesini gerektirmektedir. Bu nedenlerle, SKP birçok araştırmacının ilgi odağı haline gelmiş ve bu durum çalışmamızın da motivasyon kaynağı olmuştur. Bu projede, SKP, özel olarak proje yönetimi kapsamında ele alınmıştır. Literatürde, proje şebekelerinde SKP?nin uygulanmasına ilişkin sadece iki çalışma bulunmaktadır. Her iki çalışmada, temel ve hızlandırılmış CPM modelleri esas alınmıştır. Proje şebekelerinin çok farklı türleri olduğu ve çok geniş bir yelpazede uygulama alanının olması hususları birlikte değerlendirildiğinde, literatürde çok önemli bir boşluk olduğu görülmektedir. Bu çalışmanın amacı da, söz konusu tespitten hareketle, proje şebekelerinde önleme konusuna sistematik ve bütüncül bir yaklaşım geliştirmektir. Bu bağlamda, modelleme açısından birbirinden farklılıklar arz eden proje şebekeleri için önleme modelleri ve çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Çalışmada, temel ve hızlandırılmış CPM, zaman/maliyet takas problemi kapsamında CPM, yenilenebilir kaynak durumunda CPM ve PERT tabanlı proje şebekeleri ele alınmıştır. Anılan problemler için, ilk olarak iki seviyeli (maks-min) önleme modelleri geliştirilmiştir. Müteakiben, iki seviyeli modellerin bazıları, dualite özelliğinden istifade edilerek, optimizasyon programları ile çözülebilecek tek seviyeli hale getirilmiştir. Dualite özelliğinin kullanılmadığı problemler için, ayrıştırma algoritmaları geliştirilmiştir. Modeller ve ayrıştırma algoritmalarının performansları, çeşitli problemler kullanılarak test edilmiştir.</p>
Anahtar Kelimeler:	Proje Yönetimi, Serimlerinin Kesilmesi/Önlenmesi, Oyun Teorisi, İki Katmanlı Modeller
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Hayır